А.Н. Роганин

Математика в таблицах

5–6 классы

Москва
ИЛЕКСА
2021

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21+22.1я2
Р59

Роганин А.Н.

Р59 Математика в таблицах. 5–6 классы. — М.: ИЛЕКСА, 2021. — 109 с.
ISBN 978-5-89237-685-3

Предлагаемое справочное пособие содержит сжатое изложение всех тем школьного курса математики 5–6 классов и соответствует современным стандартам и программам школьного образования. В нем, невзирая на небольшой объем, достаточно полно представлены основные понятия, факты, формулы, определения, свойства, приведены примеры решения задач.

Учебный материал изложен сжато, полно и системно, с использованием схем, рисунков, графиков, что позволяет наглядно иллюстрировать содержание каждой отдельной темы. В книге приведено большое количество задач и примеров, рассмотрены алгоритмы их решений.

В некоторых разделах пособия дан дополнительный материал, не входящий в программу курса математики 5–6 классов, что позволит расширить представления школьников о некоторых известных понятиях.

Пособие содержит много иллюстраций, исторического материала, поэтому будет интересным не только для учащихся, но и для учителей с целью организации работы на уроках.

Это пособие в руках родителей позволит им освободить время для того, чтобы вспомнить учебный материал, оказать помощь детям при дистанционной форме обучения и при выполнении домашних заданий по математике.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21+22.1я2

ISBN 978-5-89237-685-3

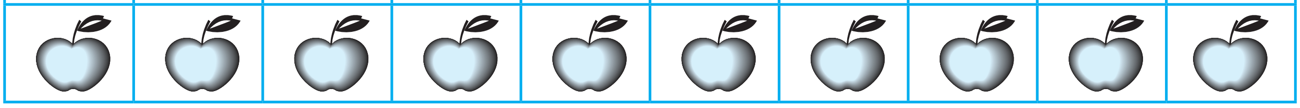
СОДЕРЖАНИЕ

Таблица 1

ДЕСЯТИЧНАЯ ЗАПИСЬ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Натуральные числа и цифры

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, ...

Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, ..., которые используют при счете предметов, называют *натуральными числами.*
Например, числа 27, 366, 2020 — натуральные числа.

Любое натуральное число можно записать с помощью 10 цифр:
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Для того чтобы записать любое число, используют десять знаков, которые называют ***цифрами***: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Такую запись чисел называют ***десятичной***. Поскольку эти цифры пришли в Европу из арабских стран, их называют ***арабскими***.

Натуральный ряд чисел и его свойства

Натуральные числа, записанные в порядке их возрастания: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ..., образуют ***натуральный ряд чисел***.

Натуральный ряд чисел имеет такие **свойства:**
1) он начинается с числа 1;
2) в нем каждое следующее число на 1 больше предыдущего;
3) он бесконечный.

Многозначные числа

ОДНОЗНАЧНЫЕ ЧИСЛА	ДВУЗНАЧНЫЕ ЧИСЛА	ТРЕХЗНАЧНЫЕ ЧИСЛА
5, 8, 7 ...	45, 21, 90 ...	364, 877 ...

Натуральные числа, записанные одной цифрой, называют ***однозначными***, записанные двумя цифрами — ***двузначными***, записанные тремя цифрами — ***трехзначными*** и т. д. Все числа, кроме однозначных, называют ***многозначными***.

Таблица классов и разрядов

КЛАССЫ	МИЛЛИАРДЫ			МИЛЛИОНЫ			ТЫСЯЧИ			ЕДИНИЦЫ		
РАЗРЯДЫ	СОТ.	ДЕС.	ЕД.	СОТ.	ДЕС.	ЕД.	СОТ.	ДЕС.	ЕД.	СОТ.	ДЕС.	ЕД.
ЧИСЛА	8	6	9	3	4	1	4	2	4	4	7	7

Чтобы прочитать многозначное число, его разбивают, начиная справа, на группы по три цифры в каждой (последняя левая группа может содержать одну или две цифры). Эти группы называют ***классами***.
Три первые цифры справа составляют ***класс единиц***, три следующие цифры — ***класс тысяч***, далее идут ***класс миллионов***, ***класс миллиардов*** и т. д.
Число 869 341 424 477, записанное в таблице, имеет 869 единиц в классе миллиардов, 341 единицу в классе миллионов, 424 в классе тысяч и 477 единиц в классе единиц; его читают так: «869 миллиардов 341 миллион 424 тысячи 477».

Чтение и запись натуральных чисел

$$\underbrace{12}_{\text{12 миллиардов}}\ \ 000\ \ \underbrace{301}_{\text{301 тысяча}}\ \ \underbrace{265}_{265}$$

Чтобы прочитать число, называют, начиная слева, по очереди число единиц каждого класса и добавляют название класса. Класс единиц не называют и не называют также классы, все три цифры которого — нули.
Например, число 12 000 301 265 читают так: двенадцать миллиардов триста одна тысяча двести шестьдесят пять.

Пример. Запишите число пять миллиардов восемьдесят одна тысяча тринадцать.

Решение. Пишем слева направо: в классе миллиардов — цифру 5, в классе миллионов — 000, в классе тысяч — 081, в классе единиц — 013. Получаем: 5 000 081 013.
В каждом классе, кроме наивысшего, должно быть по три цифры, поэтому в записи класса миллионов, тысяч и единиц добавлены нули.

Позиционная запись чисел

Значение цифры зависит от ее места (позиции) в записи числа.
Например, цифра 5 означает:

а) 5 единиц, если она стоит на последнем месте в записи числа (в разряде единиц): 125, 7235, 100 005 и т. д.;
б) 5 десятков, если она стоит на предпоследнем месте (в разряде десятков): 651, 73 858, 100 050 и т. д.;
в) 5 сотен, если она стоит на третьем месте от конца (в разряде сотен): 531, 62 506, 1 000 500 и т. д. Поэтому такую запись чисел называют ***позиционной***.

Запись натуральных чисел в виде разрядных слагаемых

Рассмотрим запись числа 5631 в виде следующих сумм:

$5631 = 5000 + 600 + 30 + 1;$
$5631 = 5 \cdot 1000 + 6 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 1.$

Числа 5000, 600, 30, 1 называют ***разрядными слагаемыми***. Каждое число можно записать в виде суммы разрядных слагаемых.

Числа 1, 10, 100, 1000, ... называют ***разрядными единицами***:
1 — единица разряда единиц,
10 — единица разряда десятков,
100 — единица разряда сотен и т. д.

1	— единица
10	— десять
100	— сто
1 000	— тысяча
10 000	— десять тысяч
100 000	— сто тысяч
1 000 000	— миллион
10 000 000	— десять миллионов
100 000 000	— сто миллионов
1 000 000 000	— миллиард

Решаем вместе

Задача. Среди футболистов, сидящих рядом на лавке, вратарь шестой, если считать их слева направо и справа налево. Сколько всего футболистов? Что можно сказать о месте, которое занимает вратарь?

Решение. Слева от вратаря на лавке сидят пять футболистов, и справа от него также пять футболистов. Всего на лавке сидят: $5 + 5 + 1 = 11$ (футб.). Вратарь сидит посередине.

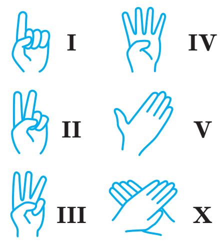
Ответ: 11 футболистов, вратарь сидит посередине.

ДРУГИЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Римская система счисления

Из Древнего Рима до наших дней дошла **римская система счисления**, в которой для записи натуральных чисел используют только семь цифр:

1	I	100	C
5	V	500	D
10	X	1000	M
50	L		



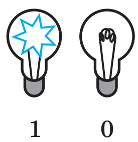
Первые десять натуральных чисел в этой системе счисления записывают так:
I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X.

Правила записи чисел

1. Одну и ту же цифру больше трех раз подряд не записывают:
II = 2, III = 3, XX = 20, XXX = 30.
2. Если бóльшая по значению цифра стоит перед меньшей, то их значения складывают:
VI = 6, то есть 5 + 1; XII = 12, то есть 10 + 2.
3. Если бóльшая по значению цифра стоит после меньшей, то из большего значения вычитают меньшее:
IV = 4, то есть 5 – 1; IX = 9, то есть 10 – 1.

Двоичная система счисления

Одной из древнейших систем счисления (создана в IV тысячелетии до н. э.) является система счисления с основанием два, то есть двоичная. В ней для записи чисел нужны только две цифры: 0 и 1. В этой системе единица каждого следующего разряда в 2 раза больше единицы предыдущего разряда.
Первые десять натуральных чисел в этой системе представлены в таблице.
Двоичную систему счисления широко используют в вычислительной технике, в частности в работе компьютеров.



Десятичная система	Двоичная система
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010

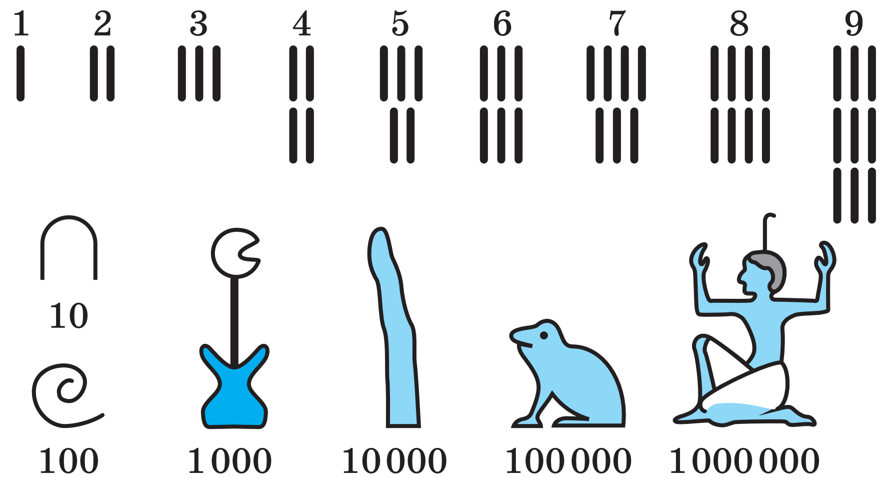
Славянская система счисления

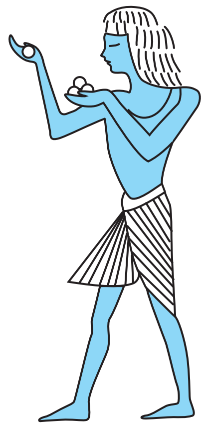
Непозиционными системами счисления пользовались славянские народы. Начиная с X ст. наши предки использовали алфавитное обозначение цифр, ставя над буквами специальный знак — ти́тло. Некоторые натуральные числа в этой системе записываются так:

а҃	в҃	г҃	д҃	є҃	ѕ҃	з҃	и҃	ѳ҃
аз	ве́ди	глаго́ль	добро́	есть	зело́	земля́	и́же	фита́
1	2	3	4	5	6	7	8	9
і҃	к҃	л҃	м҃	н҃	ѯ҃	ѻ҃	п҃	ч҃
и	ка́ко	лю́ди	мысле́те	наш	кси	он	поко́й	червь
10	20	30	40	50	60	70	80	90
р҃	с҃	т҃	ѵ҃	ф҃	х҃	ѱ҃	ѡ҃	ц҃
рцы	сло́во	твердь	ук	ферт	ха	пси	о	цы
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Египетская система счисления

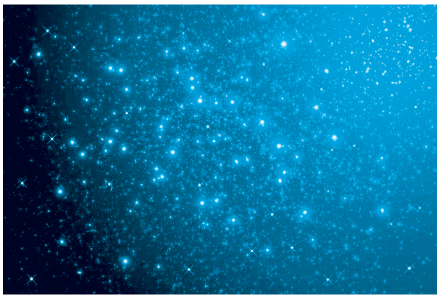
Непозиционными системами счисления пользовались древние египтяне. Некоторые натуральные числа в этой системе записывают так:



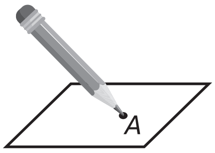


ТОЧКА. ОТРЕЗОК И ЕГО ДЛИНА

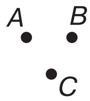
Точки



Если хорошо заточенным карандашом коснуться листа тетради, то останется след, который дает представление о ***точке***.



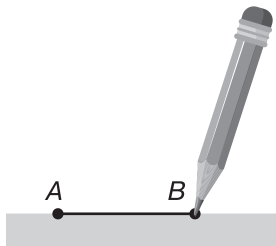
Точки обозначают прописными буквами латинского алфавита. На рисунке изображены точки A, B, C.



Отрезок

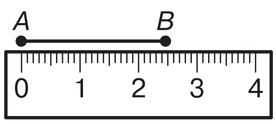
отрезок

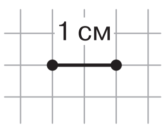
Отметим на бумаге две точки: A и B. Если к точкам A и B приложить линейку и по ней провести прямую линию от A до B, то получится ***отрезок*** AB.
Построенный отрезок можно также назвать (обозначить) BA. Точки A и B называют *концами* отрезка AB.
Любые две точки можно соединить только одним отрезком.



Длина отрезка

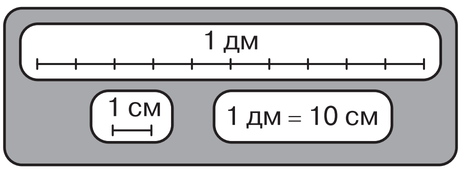
Каждый отрезок имеет длину.
Ее можно измерить с помощью линейки с делениями. Изображенный на рисунке отрезок AB имеет длину 2 см 5 мм, или 25 мм. Пишут: $AB = 2$ см 5 мм или $AB = 25$ мм.
Длину отрезка AB называют также ***расстоянием между точками*** A и B.





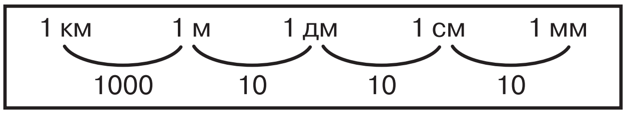
Единицы длины

Для измерения длины отрезков, кроме сантиметров и миллиметров, используют и другие единицы длины: *дециметр*, *метр*, *километр*.



1 миля = 1 км 609 м
1 аршин = 71 см
1 фут = 30 см 5 мм
1 вершок = 4 см 4 мм
1 дюйм = 2 см 5 мм

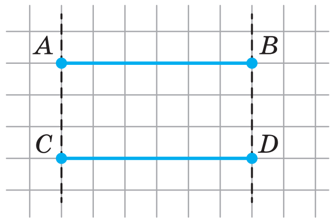
Соотношения между разными единицами длины



$$1\,\begin{matrix}\text{см}\\ \text{дм}\\ \text{м}\end{matrix} = 10\,\begin{matrix}\text{мм}\\ \text{см}\\ \text{дм}\end{matrix} \qquad 1\,\begin{matrix}\text{дм}\\ \text{м}\end{matrix} = 100\,\begin{matrix}\text{мм}\\ \text{см}\end{matrix} \qquad 1\,\begin{matrix}\text{м}\\ \text{км}\end{matrix} = 1000\,\begin{matrix}\text{мм}\\ \text{м}\end{matrix}$$

Равные отрезки

Два отрезка называют ***равными***, если их длины одинаковы.
Например, на рисунке отрезки AB и CD равные, так как $AB = CD = 3$ см.



Середина отрезка

Серединой отрезка называют точку, которая делит данный отрезок на два равных отрезка.
На рисунке точка C — середина отрезка AB, так как $AC = CB$.

Решаем вместе

Задача 1. Найдите длину отрезка AB, если $AC = 3$ см, $BC = 4$ см.

Решение. $AB = AC + BC = 3 + 4 = 7$ (см).

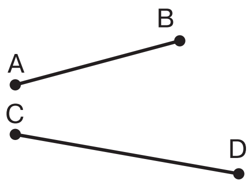
Ответ: 7 см.

Задача 2. Найдите длину отрезка BC, если $AB = 14$ см, $AC = 6$ см.

Решение. $BC = AB - AC = 14 - 6 = 8$ (см).

Ответ: 8 см.

Задача 3. Найдите длины отрезков AB и CD, если их сумма равна 70 см, а их разность — 10 см.



Решение. Если бы отрезок CD был такой же длины, как и отрезок AB, то их сумма была бы на 10 см меньше данной. Значит, $AB + AB = 70$ см $-$ 10 см; $2AB = 60$ см; $AB = 60$ см : 2; $AB = 30$ см. Тогда $CD = 30$ см + 10 см = 40 см.

Ответ: $AB = 30$ см, $CD = 40$ см.

Задача 4. Точка C принадлежит отрезку AB, длина которого равна 12 см. Найдите длины отрезков AC и BC, если отрезок AC в 5 раз длиннее отрезка BC.

Решение. Пусть длина отрезка BC составляет одну часть, тогда длина отрезка AC будет равна пяти таким же частям, а отрезок AB составит 6 частей. Тогда $12 : 6 = 2$ (см) — длина одной части. Значит, $BC = 2$ см, $AC = 2 \cdot 5 = 10$ (см).

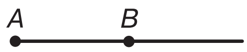
Ответ: $AC = 10$ см, $BC = 2$ см.

ПЛОСКОСТЬ, ПРЯМАЯ, ЛУЧ. ЛОМАНАЯ И ЕЕ ДЛИНА

Луч

луч

Построим отрезок AB и продлим его бесконечно далеко за точку B, тогда получим ***луч*** AB, который называют «луч AB».
Точка A — *начало* луча, конца у луча нет. При обозначении луча на первом месте всегда пишут букву, которая обозначает его начало.



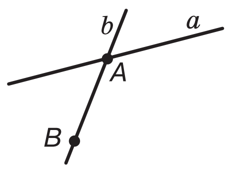
Если продлить отрезок AB бесконечно далеко за точку A, то получим ***луч*** BA, начало которого — точка B. Его называют «луч BA».

Прямая

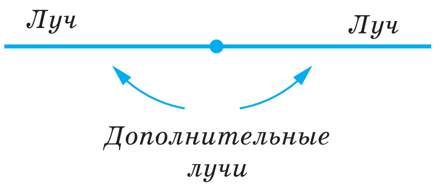
прямая

Если продлить отрезок AB бесконечно далеко за точку A и за точку B, то получим ***прямую*** AB, которую называют «прямая AB» или «прямая BA».
Прямая не имеет ни начала, ни конца.
Через две точки проходит только одна прямая.

Иногда прямую обозначают одной строчной буквой латинского алфавита и называют «прямая a», «прямая b».
На рисунке точка A принадлежит и прямой a, и прямой b, а точка B принадлежит прямой b, но не принадлежит прямой a.



Дополнительные лучи



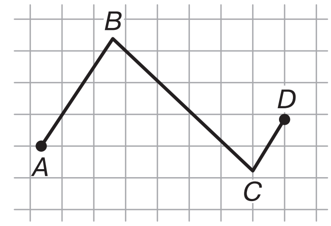
Если на прямой AB обозначить точку O, то она разделит прямую на два луча OA и OB, которые называют ***дополнительными***.

Плоскость

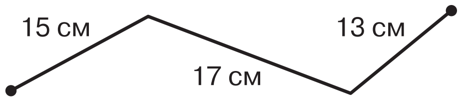
Точки, лучи, прямые, отрезки — простейшие геометрические фигуры. Это плоские геометрические фигуры, то есть фигуры, которые лежат на плоскости.
Представление о том, что такое ***плоскость***, дают, например, поверхность стола, оконного стекла, поверхность спокойного водоема и т. п., если их неограниченно продлить во все стороны.
Плоскость не имеет «краев», это неограниченная геометрическая фигура.

Ломаная

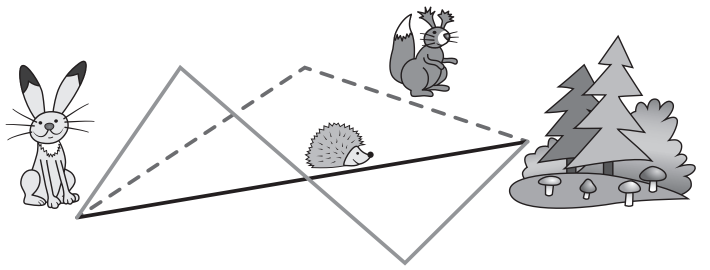
Геометрическую фигуру, которая состоит из нескольких отрезков, соединенных так, что начало следующего отрезка совпадает с концом предыдущего, называют ***ломаной*** и обозначают последовательным перечислением концов отрезков. На рисунке изображена ломаная $ABCD$. Точки A, B, C, D называют *вершинами* ломаной, точки A и D — ее *концами*, а отрезки AB, BC, CD — *звеньями*.



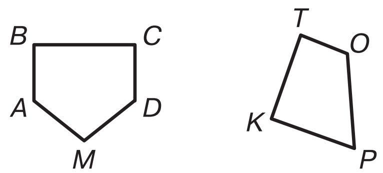
Длиной ломаной называют сумму длин всех ее звеньев.
На рисунке изображена ломаная, длина которой равна:
15 см + 17 см + 13 см = 45 см.



Длина ломаной больше расстояния между ее концами.



На рисунке изображены две ломаные, концы которых совпадают. Такие ломаные называют *замкнутыми*.



Решаем вместе

Задача. Лежат ли точки A, B, C на одной прямой, если:

а) $AC = 5$ см, $AB = 7$ см, $BC = 12$ см;

б) $AC = 6$ см, $AB = 7$ см, $BC = 12$ см?

Решение

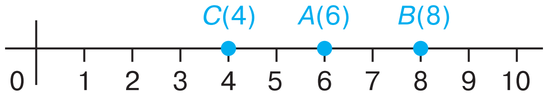
а) Если точки A, B, C лежат на одной прямой, то наибольший из отрезков AC, AB, CB равен сумме двух других. Так как по условию наибольший из данных отрезков $BC = 12$ см, а сумма двух других ($AB + AC$) равна 5 см + 7 см = 12 см, то $BC = AB + AC$, значит, точки A, B, C лежат на одной прямой.

б) Если бы точки A, B, C лежали на одной прямой, то наибольший из отрезков AC, AB, CB равнялся бы сумме двух других. Так как по условию наибольший из данных отрезков $BC = 12$ см, а сумма двух других ($AB + AC$) равна 6 см + 7 см = 13 см, то $BC \neq AB + AC$, а значит, точки A, B, C не могут лежать на одной прямой.

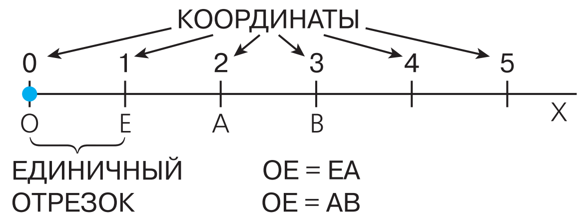
Ответ: а) лежат; б) не лежат.

ШКАЛА. КООРДИНАТНЫЙ ЛУЧ

Координатный луч

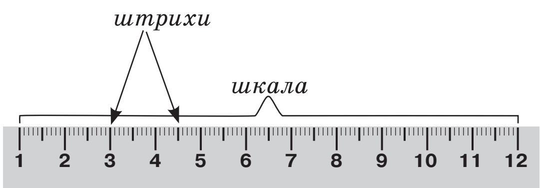


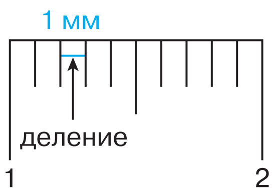
Построим луч с началом в точке O. Отметим на этом луче некоторую точку E. Надпишем над точкой O число 0, а над точкой E — число 1. Отрезок OE называют ***единичным отрезком***.
Отложим далее на луче отрезок EA, равный единичному отрезку OE, и над точкой A напишем число 2. Потом на этом же луче отложим отрезок AB, равный единичному отрезку, и над точкой B напишем число 3 и т. д.
Такой луч называют ***координатным лучом***, а точку O — ***началом отсчета***.
Числа 0, 1, 2, 3, ..., которые отвечают точкам O, E, A, B, ..., называют ***координатами*** этих точек.
Пишут: O (0), E (1), A (2), B (3) и т. д.; читают так: «точка O имеет координату 0; точка E — координату 1; точка A — координату 2; точка B — координату 3 и т. д.».
Каждому натуральному числу на координатном луче соответствует единственная точка.



Шкала

На линейке, которую мы используем для измерения отрезков, нанесена часть координатного луча. Она образует измерительную ***шкалу***. Шкала разделена штрихами на равные части, которые называют ***делениями***. Расстояние между соседними малыми штрихами равно 1 мм, а между соседними большими штрихами — 1 см. Числа пишут только напротив больших штрихов. Расстояние между соседними большими штрихами называют ***большими делениями***, а расстояние между соседними малыми штрихами — ***малыми делениями***.
На ученической линейке нанесена шкала, большое деление которой равно 1 см, а малое — 1 мм (его называют ***ценой деления***). В одном большом делении помещается ровно 10 малых.



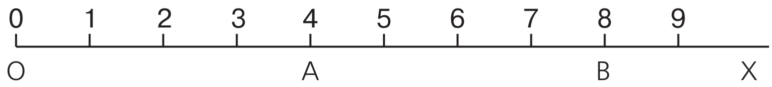


Шкалы бывают не только на линейках. На рисунке изображен комнатный термометр. Его шкала состоит из малых и больших делений. Малое деление термометра соответствует одному градусу Цельсия (пишут: 1 °C), большое деление — 10 °C.
В быту вам хорошо известны и другие приборы, которые имеют шкалы разной формы.

Решаем вместе

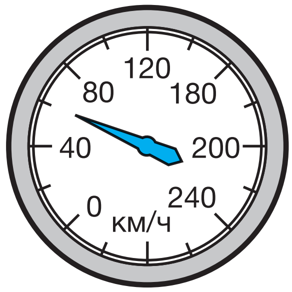
Задача 1. Найти расстояние AB между точками A (4) и B (8). Чему равно расстояние AB, если длина единичного отрезка равна 5 см?

Решение. $AB = OB - OA = 8 - 4 = 4$ (единичных отрезка).



Если длина единичного отрезка равна 5 см, то $AB = 5 \cdot 4 = 20$ (см).

Ответ: 4 единичных отрезка; 20 см.



Задача 2. На шкале спидометра — прибора для измерения скорости транспортного средства — между соседними числами, например, между 40 и 80, есть одно деление. Найдите цену деления этой шкалы.

Решение. Чтобы найти цену деления, надо из некоторого числа на шкале вычесть число, которое ему предшествует, и разделить полученную разность на число делений между этими числами:

$$80 - 40 = 40;\ 40 : 2 = 20\ (\text{км/ч}).$$

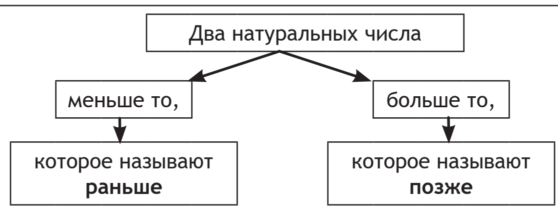
Ответ: 20 км/ч.

Таблица 6

СРАВНЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

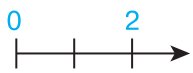
Счет и сравнение чисел

Из двух натуральных чисел **меньшее** то, которое при счете называют раньше.
Например, число 15 меньше 25, это записывают так:
$15 < 25$ (читают: «15 меньше 25»).
Из двух натуральных чисел бóльшее то, которое при счете называют позже.
Например, число 27 больше 12, это записывают так:
$27 > 12$ (читают: «27 больше 12»).

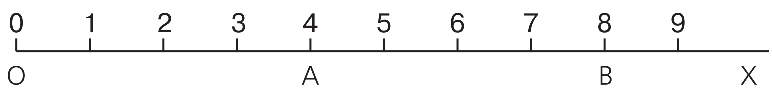


Знаки «>» (*больше*) и «<» (*меньше*) называют **знаками неравенства**, а записи $15 < 25$, $27 > 12$ — **неравенствами**.

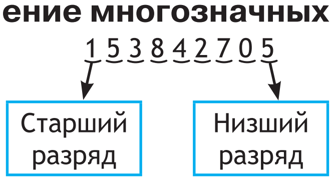
Сравнение натуральных чисел и координатный луч



Из двух натуральных чисел бóльшим будет то число, которое расположено на координатном луче правее.
Из двух натуральных чисел меньшим будет то число, которое расположено на координатном луче левее.
Например, поскольку точка B (8) расположена правее точки A (4), то $4 < 8$.



Сравнение многозначных чисел



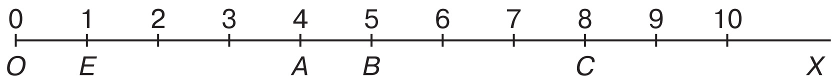
При сравнении многозначных чисел пользуются следующими правилами:

1. **Из двух чисел с разным количеством цифр бо́льшим считается то, у которого цифр больше.** Например, число 1256 больше числа 999; это записывают так: $1256 > 999$.
2. **Если два натуральных числа имеют одинаковое количество цифр, то бо́льшим считается то число, у которого больше единиц в высшем разряде.** Например, $32\,125 > 15\,625$.
3. **Если же количество единиц в высшем разряде одинаково, то сравнивают количество единиц в следующем за ним, низшем разряде и т. д.**

Например, $36\,115 > 36\,015$, так как в разряде сотен в числе слева стоит 1, а в числе справа — 0.

Сравнение трех чисел

Сравнивать можно одновременно и три числа. Например, число 5 больше 4, но меньше 8. Это записывают так: $4 < 5 < 8$ (читают: «5 больше 4, но меньше 8»). Такую запись называют ***двойным неравенством***.



Решаем вместе

Задача. Сравните 2 ч 30 мин и 175 мин.

Решение

2 ч 30 мин = 60 мин · 2 + 30 мин = 150 мин.

Так как 150 мин < 175 мин, то 2 ч 30 мин < 175 мин.

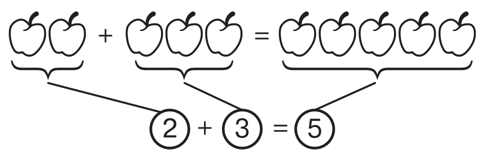
Ответ: 2 ч 30 мин < 175 мин.

Таблица 7

СЛОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ. СВОЙСТВА СЛОЖЕНИЯ

Счет и сложение чисел

Если прибавить к натуральному числу единицу, то получим следующее за ним число.
Например, $15 + 1 = 16$, $99 + 1 = 100$.
Сложить числа 2 и 3 означает прибавить к числу 2 три раза единицу. Получим:
$2 + 3 = 2 + 1 + 1 + 1 = 3 + 1 + 1 = 4 + 1 = 5$. Записывают так: $2 + 3 = 5$.



Чтобы к числу a прибавить число b, достаточно к числу a прибавить b единиц:

$$a + b = a \underbrace{+1+1+\ldots+1}_{b\text{ раз}}$$

Компоненты действия сложения

Числа, которые складывают, называют ***слагаемыми***. Число, которое получают при сложении этих чисел, называют их ***суммой***.
В записи $5 + 2 = 7$ числа 5 и 2 — слагаемые, число 7 — сумма, выражение 5 + 2 также сумма.
Если слагаемые обозначить буквами a и b, то их сумму записывают так: $a + b$.

1 слагаемое		2 слагаемое		сумма
5	**+**	**2**	**=**	**7**