А. В. Фарков

Математические олимпиады для школьников

Муниципальный этап

5–11 классы

4-е издание,
переработанное и дополненное

ИЛЕКСА
Москва
2022

УДК 373(076.1):51
ББК 74.262+22.1
Ф24

Р е ц е н з е н т:
доктор физико-математических наук,
профессор кафедры математики Северного (Арктического)
федерального университета
В. Н. Попов

Фарков А.В.
Ф24 Математические олимпиады для школьников: муниципальный этап. 5–11 классы. 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Илекса, 2022. 208 с.

В пособии содержатся примерные тексты математических олимпиад для проведения второго (муниципального) этапа Всероссийской математической олимпиады.

Пособие предназначено для учащихся 5–11 классов и их родителей с целью подготовки к участию в математических олимпиадах и других математических соревнованиях.

Пособие будет также полезно для учителей математики, методистов отделов образования, преподавателей вузов, составителей текстов математических олимпиад.

УДК 373(076.1):51
ББК 74.262+22.1

ISBN 978-5-89237-707-2

© Фарков А.В., 2022
© ИЛЕКСА, 2022

Посвящается 65-летию автора

Публикация данного издания приурочена к юбилею Александра Викторовича Фаркова, кандидата педагогических наук, доцента, автора более 60 книг, выпущенных общим тиражом свыше 700 тысяч экземпляров. Книги этого замечательного автора публикуются в крупнейших издательствах Москвы, Санкт-Петербурга, Архангельска, Чебоксар. При этом только в издательстве «ИЛЕКСА» вышло 7 наименований книг автора.

Наше знакомство с Александром Викторовичем произошло в период проведения в МГУ имени М. В. Ломоносова I съезда математиков, состоявшегося в 2010 г., куда он был приглашен в качестве докладчика. Сразу же были намечены пути дальнейшего сотрудничества, и в 2011 г. вышла первая книга А.В. Фаркова в нашем издательстве «Методы решения олимпиадных задач по математике. Элективный курс», а в 2012 г. за ней последовала вторая: «Математические олимпиады: муниципальный этап. 5–11 классы», доработанный вариант которой и включен в данное юбилейное издание. Обе книги вызвали несомненный интерес у читателей и признание со стороны экспертного сообщества.

Что нам известно об этом удивительном человеке?

Александр Викторович родился в д. Ягрема Каргопольского района Архангельской области в семье рабочих. Он был самым старшим ребенком у Виктора Семёновича и Лидии Викторовны Фарковых. Когда он окончил начальную школу, семья Фарковых переехала в д. Печниково, где Александр Викторович учился с 5-го по 8-й класс. Здесь впервые проявилась его любовь к решению трудных нестандартных задач по математике: талантливый ученик неоднократно становился победителем районных олимпиад по математике. Хотя, как он признавался нам, никакой особой подготовки с ним учитель математики Н. И. Шульгина не проводила. Все было проще: когда весь класс решал обычные задачи из учебника, ему давались для решения другие, более сложные примеры. Так как Печниковская школа была восьмилетней, то 9-й и 10-й классы Александр Викторович заканчивал уже в средней школе № 2 г. Каргополя, где снова становился победителем районной олимпиады по математике. Уже десятиклассником он получил право выступать на областной олимпиаде по математике, где занял 3-е место. Казалось бы, сама судьба наметила ему путь математика. Но, окончив школу в Каргополе, наш автор выбрал тернистую дорогу учителя и поступил в АГПИ им. М. В. Ломоносова в Архангельске. Обучаясь в АГПИ на учителя математики и физики, Александру Викторовичу пришлось защищать честь АГПИ на студенческой олимпиаде по физике в г. Калининграде, где он вошел в десятку сильнейших

студентов России. После окончания вуза А. В. Фарков вместе с семьей поехал работать в Глубоковскую школу Устьянского района Архангельской области учителем математики, физики и трудового обучения. Затем волей судьбы он был педагогом в Каргопольском районе: в Ошевенской школе, Лекшморецкой школе, Ухотской школе. Биография Александра Викторовича насыщенна. Что только он ни вел в школе: и биологию (на 4-м курсе АГПИ) и физкультуру, труд (после армии, куда его призвали в 26 лет в 1983 г.). Последние 4 года в Каргопольском районе он работал директором Ухотской, сначала восьмилетней, а затем средней школы, ведя и уроки математики, и физики. В 1989 г. ему поступило предложение перейти на работу в родной АГПИ им. М. В. Ломоносова во вновь открывающийся филиал в г. Коряжме, в котором он проработал почти 16 лет в должности старшего преподавателя, доцента, заведующего кафедрой, декана, старшего научного сотрудника. Он вел у студентов алгебру, геометрию, математический анализ, элементарную математику, педагогику, теорию и методику преподавания математики, различные курсы по выбору и спецкурсы, в том числе и разработанный им спецкурс «Олимпиадные задачи по математике и методы их решения». Им было подготовлено и издано в Архангельске несколько книг для студентов, учителей и учащихся по математике и методике преподавания математики. Параллельно Александр Викторович работал и в школах города Коряжмы, ведя факультатив по математике. Тогда же в Коряжме он начал писать первые свои книги уже для московских издательств. Самая известная его книга «Математические олимпиады в школе. 5–11 класс» вышла в Москве (издательство «Айрис-пресс») в 2002 г. и переиздается до сих пор (но уже в издательстве «ВАКО»). Общий тираж этой книги уже превысил 70 тысяч экземпляров.

В 2005 г. Александр Викторович уехал из Коряжмы и начал работать в АГТУ, а затем в САФУ преподавателем математики. С 2016 г. Александр Викторович — член региональной комиссии по математике, составитель текстов муниципальных олимпиад для учащихся Архангельской области, член жюри муниципального и регионального этапов Всероссийской олимпиады школьников по математике. В 2017 г. ему было присвоено звание «Почетный работник сферы образования».

Хочется пожелать нашему автору дальнейших творческих успехов, крепкого здоровья и новых, интересных книг.

Генеральный директор
издательства «ИЛЕКСА» *Кожевников В. Б.*

Методист издательства
«ИЛЕКСА» *Бондаренко К. П.*

Введение

В последние годы в России проводят много различных математических соревнований. Наибольшей популярностью среди них в большинстве регионов все же пользуются олимпиады: традиционные всероссийские, олимпиады по лигам, дистанционные олимпиады, устные олимпиады, заочные олимпиады, нестандартные олимпиады, олимпиада-конкурс «Кенгуру» и другие.

Всероссийские математические олимпиады с 2008 года согласно «Положению о Всероссийской олимпиаде школьников» проводятся в четыре этапа: школьный, муниципальный, региональный и заключительный этапы.

Данный вид олимпиад остается на сегодня самым массовым и популярным как среди учащихся, так и среди учителей.

И хотя популярность традиционных математических олимпиад и сегодня высока, но в некоторых регионах все же меньше стало проводиться по сравнению с восьмидесятыми годами олимпиад для учащихся 5–8 классов, хотя именно учащиеся этого возраста наиболее любознательные, желают участвовать в различных соревнованиях.

К сожалению, перестали проводить соросовские олимпиады, в которых принимало участие много школьников.

Основными целями проведения математических олимпиад являются:

- формирование и развитие интереса у обучающихся к математике;
- формирование мотивации к систематическим занятиям внеклассной и внешкольной работой;
- повышение качества математического образования;
- развитие самооценки учащихся;
- повышение качества работы учителей математики;
- развитие системы работы с одаренными детьми в регионе;
- отбор наиболее способных школьников для участия в следующих этапах Олимпиады;

- выявление наиболее интеллектуально одаренных учащихся по математике;
- пробуждение желания учащихся самостоятельно приобретать знания и применять их на практике.

Так как одной из основных целей муниципальной олимпиады все же остается поиск и отбор наиболее одаренных учащихся по математике, которые в дальнейшем защищали бы честь района (города) на региональной олимпиаде, то необходим специальный инструмент для реализации данной цели, а также и остальных целей проведения олимпиады.

Сегодня этим инструментом является текст олимпиады. А чтобы с помощью данного инструмента можно было действительно выявлять наиболее одаренных, обучаемых учащихся по математике, данный инструмент должен соответствовать определенным требованиям.

Тексты для второго этапа чаще всего разрабатываются учебно-методическими комиссиями субъекта Российской Федерации. Но составителями текстов могут быть и учителя ряда школ, преподаватели вузов, которые не всегда являются специалистами в области диагностики. Особенно часто это случается, когда олимпиаду проводят для учащихся 5—6 классов, для которых региональный и заключительный этапы не проводятся. Ведь согласно «Положению о Всероссийской олимпиаде» второй этап проводится лишь для учащихся 7—11 классов, а третий — лишь для учащихся 9—11 классов.

Анализ многочисленной литературы по проблеме олимпиадного движения, свой опыт участия в математических олимпиадах на различных этапах, а также личный опыт составления текстов математических олимпиад позволяет выдвинуть следующие основные требования к тексту математической олимпиады, предъявляемой в качестве инструмента для выявления наиболее интеллектуально одаренных учащихся в области математики на втором этапе.

1. Число заданий в тексте олимпиады может быть от 4 до 6 (чаще всего 5).

Меньшее число задач может не позволить реализовать планируемые цели проведения олимпиад. А если ученикам предложить 7 и более задач (есть составители текстов олимпиад, которые включают 10 и более задач), то вряд ли кто из них успеет все их решить. И тогда победителем может оказаться не самый одаренный учащийся.

2. Все задания в тексте олимпиады должны быть расположены в порядке возрастания *трудности* или *сложности*.

Хотя данные понятия довольно часто встречаются в методической литературе в последние годы, все же напомним их определе-

ния. *Сложность* — это объективная характеристика задачи, определяемая ее структурой. Сложность задачи зависит от:

- объема информации (числа понятий, суждений...), необходимого для ее решения;
- числа данных в задаче;
- числа связей между ними;
- количества возможных выводов из условия задачи;
- количества непосредственных выводов, необходимых для решения задачи;
- количества взаимопроникновений при решении задачи;
- длины рассуждений при решении задачи;
- общего числа шагов решения, привлеченных аргументов и т. д.

Рассчитать сложность задачи не очень просто, чаще всего составители интуитивно распределяют задачи по сложности. Но в тексте олимпиадной работы приведены задания из разных разделов, некоторые из них нестандартные. Поэтому лучше применять все же понятие трудности задания.

Трудность — субъективная характеристика задачи, определяемая взаимоотношениями между задачей и решающим ее учеником.

Трудность задачи зависит от:

- сложности задачи (сложная задача, как правило, является более трудной для учащихся);
- времени, прошедшего после изучения материала, который встречается в тексте задачи (задачи на материал, изученный 1—2 года назад, используемые факты, которые уже забылись, более трудны для учащихся);
- практики в решении подобного рода задач (учащиеся, которые тренировались на кружковых и факультативных занятиях в решении определенного типа задач, как правило, без проблем решают их и на районной олимпиаде);
- уровня развития ученика (задача, трудная для среднего ученика общеобразовательного класса, может быть легкой для обычного ученика физико-математического класса);
- возраста учащегося (задача, трудная для пятиклассника, может быть легкой для восьмиклассника) и т. д.

Трудность определяется процентом учеников, не решивших задачу из числа ее решавших.

Существуют различные формулы для расчета трудности задачи.

Рассмотрим, на наш взгляд, наиболее простую из них:

$K_T = \frac{n}{p} \cdot 100\ \%$, где K_T — коэффициент трудности, измеряемый в процентах, n — число учащихся, не решивших задачу, p — число учащихся, решавших задачу, в том числе и не приступивших к ней (общее число участников олимпиады).

Например:

Номер задачи	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
n	2	6	10	12	16	19
p	20	20	20	20	20	20
K_T	10 %	30 %	50 %	60 %	80 %	95 %

Таким образом, из данной таблицы следует, что 6-я задача — наиболее трудная, так как ее решил всего 1 ученик, а 1-я — наиболее легкая, ее решили 18 учеников.

3. Первые одна-две задачи должны быть доступны большинству участников олимпиады (их должны решить 60—90 % учащихся); в числе их могут быть как и наиболее легкие «олимпиадные» задачи, так и задачи, аналогичные задачам продвинутого уровня школьных учебников, контрольных работ. Условия задач можно немного изменить. Желательно, чтобы такие задачи содержали «изюминку», заметив которую, сообразительный ученик решил бы ее быстрее и красивее.

Например.

1) Расставьте числа $\frac{7}{8}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{10}{11}$ в порядке убывания (6 класс).

2) Найдите все такие числа a, при которых дробь $\frac{a+7}{a-4}$ является целым числом (8 класс).

3) Сколько может быть шестизначных чисел с суммой цифр, равной 2? (5—9 классы).

Включение в текст работы посильной для большинства учащихся задачи вселяет веру в свои силы, возбуждает энтузиазм, пробуждает желание глубже изучать математику и добиваться дальнейших успехов на следующих олимпиадах. Также это обеспечивает гуманность проведения олимпиады. Сложно объяснить ученику — победителю школьной олимпиады, который впервые приехал на районную олимпиаду и не смог решить ни одной задачи из предлагаемых пяти, — почему так случилось. Здесь можно провести параллель с соревнованиями по баскетболу, когда участники обеих команд не

могут ни разу попасть в баскетбольное кольцо. А причина, оказывается, состоит в том, что диаметр мяча чуть больше диаметра кольца. Так и здесь, предлагаемая составителями трудность задач оказалась не под силу участникам олимпиады. Вероятнее всего, этих составителей олимпиадных текстов нельзя считать компетентными.

4. Следующие две-три задачи должны быть более трудными, справиться с ними должна примерно половина участников. Это могут быть задачи, не рассматриваемые на уроках, но с идеями решения которых ученики встречались во внеклассной работе, при самостоятельном знакомстве с различными пособиями.

Например.

1) Как набрать из озера 8 литров воды, имея девятилитровое и пятилитровое ведра? (5—6 классы)

2) Расшифруйте следующую запись примера на сложение, в котором разным буквам соответствуют разные цифры, а одинаковым — одинаковые: (5—6 классы)

$$\begin{array}{r} +\,\text{СПОРТ} \\ \underline{\text{СПОРТ}} \\ \text{КРОСС} \end{array}$$

3) Постройте график уравнения: $\big||x|+|y|-3\big|=2$. (10—11 классы)

4) Решите уравнение: $x^4-7x^3+14x^2-7x+1=0$. (10—11 классы)

5. Последние одна-две задачи могут содержать материал, не изучаемый в школе. Это задания, аналогичные задачам регионального этапа олимпиад. Данные задания под силу только некоторым из участников.

Например.

1) В комнате собрались 8 человек. Некоторые из них лгут, а остальные — честные люди, всегда говорящие правду. Один из собравшихся сказал: «Здесь нет ни одного честного человека». Второй сказал: «Здесь не больше одного честного человека». Третий сказал: «Здесь не более двух честных людей» и т. д. до восьмого, который сказал: «Здесь не более семи честных людей». Сколько в комнате честных людей? Ответ обоснуйте.

2) Решите в натуральных числах уравнение: $19m+98n=1998$.

3) В каждую клетку квадратной таблицы 25×25 вписано произвольным образом одно из чисел 1 или -1. Под каждым столбцом пишется произведение всех чисел, стоящих в этом столбце. Справа от каждой строки пишется произведение всех чисел, стоящих в этой строке. Докажите, что сумма 50 написанных произведений не может оказаться равной нулю.

6. В качестве предложенных задач желательно иметь задачу, содержащую год проведения олимпиады.

Например.

1) Запишите подряд 22 пятерки: 5555...5. Поставьте между некоторыми цифрами знаки арифметических действий так, чтобы в результате получилось 2002. (5—6 классы)

2) Сколькими нулями оканчивается произведение: $1 \cdot 2 \cdot 3 \times \times 4 \cdot \ldots \cdot 2006 \cdot 2007 \cdot 2008 \cdot 2009$? (7—9 классы)

3) Что больше: $\sqrt{2004} + \sqrt{2002}$ или $2\sqrt{2003}$? (8 класс)

4) Какой цифрой оканчиваются числа: а) 1999^{2010}; б) 1998^{2005}? (8 класс)

5) Решите в натуральных числах уравнение: $x^2 - y^2 = 2002$. (9—11 классы)

6) Можно ли разбить равносторонний треугольник на 2008 равносторонних треугольника (возможно, не всех равных между собой)? Если можно, то как? Если нет, то объясните почему? (9—11 классы)

7. В 5—6 классах в текст олимпиады необходимо включать одну-две занимательных задачи.

Например.

1) До царя Гороха дошла молва, что кто-то из троих богатырей убил Змея Горыныча. Царь приказал всем троим явиться ко двору и молвили они:

Илья Муромец: «Змея убил Добрыня Никитич».

Добрыня Никитич: «Змея убил Алеша Попович».

Алеша Попович: «Я убил змея».

При этом оказалось, что один из них сказал правду, а двое слукавили. Кто убил змея?

2) Илья Муромец, Добрыня Никитич и Алеша Попович вступили в бой с великанами. Получив по три удара богатырскими палицами, великаны обратились в бегство. Больше всего ударов нанес Илья Муромец — 7, меньше всех — Алеша Попович — 3. Сколько всего было великанов?

3) Дядя Федор, кот Матроскин, Шарик и почтальон Печкин сидят на скамейке. Если Шарик, сидящий справа от всех, сядет между дядей Федором и котом, то кот окажется крайним слева. В каком порядке они сидят?

4) Буратино отпил полчашки черного кофе и долил ее молоком. Потом он отпил $\frac{1}{3}$ чашки и долил ее молоком. Потом он отпил

$\frac{1}{6}$ чашки и долил ее молоком. Наконец, Буратино допил содержимое чашки до конца. Чего Буратино выпил больше: кофе или молока?

8. Включаемые задачи должны быть как из разных разделов школьного курса математики (не должно быть двух текстовых задач, двух уравнений и т. п.), **так и чисто «олимпиадные»** (использующие специальные методы решения); при их решении должны применяться различные приемы, идеи. При включении в текст задач, использующих программный материал, необходимо быть особенно осторожным. Ведь один и тот же материал может изучаться по различным учебникам не только в разное время учебного года, но и в разных классах. Учебников сейчас много (в некоторых классах даже 10 и более, а еще есть и экспериментальные учебники).

Иногда Центральная предметно-методическая комиссия по математике предлагает и примерную тематику заданий для составления текстов муниципальных олимпиад. В частности, в 2011–2012 годах были рекомендованы такие темы заданий:

6 класс

1. Задача на составление уравнения.
2. Задача на проценты.
3. Фигуры (площадь, разрезания).
4. Числовая задача (построение примера, доказательство невозможности его построения).
5. Логическая задача.

7 класс

1. Числовой ребус.
2. Задача на составление уравнений.
3. Делимость натуральных чисел. Признаки делимости.
4. Задача на разрезание фигур
5. Логическая задача.

8 класс

1. Числовой ребус или задача на нахождение набора чисел, обладающего заданными свойствами.
2. Построение множества точек на плоскости с указанными свойствами.
3. Признаки равенства треугольников.
4. Неравенство или задача на преобразования алгебраических выражений.
5. Логическая задача.

9 класс

1. Построение множества точек на плоскости с указанными свойствами или задача на четность.
2. Задача на составление уравнений.
3. Теорема Фалеса, подобие треугольников.
4. Неравенство или задача на преобразования алгебраических выражений.
5. Комбинаторная задача.

10 класс

1. Задача на свойства квадратичной функции.
2. Теория чисел (делимость, остатки, четность).
3. Окружность. Центральные и вписанные углы.
4. Алгебра (неравенства, прогрессии).
5. Комбинаторная задача.

11 класс

1. Тригонометрия.
2. Задача про многочлены (теорема Безу) или квадратичные функции (теорема Виета).
3. Теория чисел (делимость, остатки, четность).
4. Стереометрия.
5. Комбинаторная задача.

9. В текстах олимпиад для различных классов могут быть как одинаковые задачи, так и задачи, использующие одну идею, но с постепенным усложнением от класса к классу.

Например.

1) (Задача Ньютона). Трава на всем лугу растет одинаково быстро и густо. Известно, что 70 коров съели бы ее за 24 дня, а 30 коров — за 60 дней. Сколько коров съели бы всю траву за 96 дней? (Предполагается, что коровы поедают траву равномерно). (Можно предложить в 9—11 классах).

2) Разделите прямоугольник 3×4 на две равные части. Найдите как можно больше способов. Разрезать можно лишь по стороне квадрата 1×1, и способы считают разными, если получаемые фигуры не будут равными при каждом способе. (Можно предложить в 5—8 классах).

3-1) Петя, Вася, Коля и Миша играли в футбол. Один из них разбил мячом стекло. На вопрос «Кто это сделал?» Петя, Вася и Коля ответили: «Не я», а Миша — «Не знаю». Потом оказалось, что двое из них сказали правду, а двое — неправду. Знает ли Миша, кто разбил стекло? Ответ объясните.

3-2) Петя, Вася, Коля и Миша играли в футбол. Кто-то разбил мячом стекло. На вопрос «Кто это сделал?» пятеро свидетелей ответили так:

Первый: «То ли Петя, то ли Вася».

Второй: «То ли Петя, то ли Коля».

Третий: «То ли Коля, то ли Миша».

Четвертый: «То ли Миша, то ли Вася».

Пятый: «Не знаю».

Потом оказалось, что трое из свидетелей сказали правду, а двое — неправду. Знал ли пятый свидетель, кто разбил стекло?

3-3) Петя, Коля, Вася, Саша и Вова играли в футбол. Кто-то из ребят разбил мячом стекло. На вопрос «Кто это сделал?» они ответили так:

Коля: «Это не я и не Петя».

Петя: «Это не я и не Саша».

Вася: «Это не я и не Петя».

Саша: «Это Коля или Вова».

Вова: «Не знаю».

Потом оказалось, что двое из ребят сказали правду, а трое — неправду. Знал ли Вова, кто разбил стекло?

(Задачи 3-1, 3-2, 3-3 можно предложить соответственно в 5, 6, 7 классах).

10. В тексты олимпиад необходимо включать все время новые задачи, тематику задач из года в год необходимо менять.

11. Задачи, требующие формального применения формул, с громоздкими вычислениями, с применением трудно запоминающихся формул, не следует включать в тексты олимпиад.

12. Желательно включение в текст большинства таких задач, которые бы позволяли оценивать их решение разным количеством баллов (к числу таких задач можно отнести логические задачи, на поиск различных вариантов разрезания, геометрические и другого рода задачи).

Лучше, если составителями текстов муниципальных олимпиад являются одни и те же люди в регионе: им легче устранить ошибки, промахи, совершенные в прошлом году.

Основным содержанием данного пособия являются тексты математических олимпиад для проведения второго этапа всероссийских олимпиад. Большая часть предлагаемых текстов составлена автором, по некоторым из них проводились городские олимпиады в г. Коряжма Архангельской области, а с 2016 года — муниципальные олимпиады во всей Архангельской области. В основу дру-

гих текстов положены тексты математических олимпиад, разработанных другими авторами — известными в России математиками и методистами, являющимися специалистами в данном вопросе. Необходимо отметить, что все эти тексты олимпиад переработаны автором, включен ряд других задач с целью сохранения единых требований к тексту математической олимпиады, приведены в некоторых случаях и свои решения.

Пособие адресовано в первую очередь руководителям городских и районных методических объединений учителей математики, методистам отделов образования, преподавателям вузов, принимающим участие в разработке текстов олимпиад и, конечно же, учителям математики общеобразовательных учреждений. Оно будет полезно и руководителям математических кружков внешкольных образовательных учреждений, студентам математических факультетов педвузов.

Также, как показывает опыт, многие учащиеся 5—11 классов используют аналогичные пособия для самостоятельной подготовки к школьным и муниципальным математическим олимпиадам и добиваются определенных успехов. Поэтому данное пособие рекомендовано и для учащихся.

Практически ни одна книга, а особенно посвященная олимпиадам, не может быть идеальной. Что-то в ней удачно, что-то не совсем устраивает читателей. Поэтому автор будет благодарен за все критические замечания, пожелания, которые он постарается учесть в следующих переизданиях.

Частично в данном пособии использованы материалы книги автора: «Математические олимпиадные работы. 5—11 класс», вышедшей в издательстве «Питер» в 2010 г.

Книга является логическим продолжением книги «Математические олимпиады в школе. 5—11 классы» (издательство «Айрис», выдержавшей 10 изданий, а также переработанного варианта данной книги «Школьные математические олимпиады. 5—11 классы», вышедшей в издательстве ВАКО в 2014 г.

Все замечания по улучшению нового пособия можно высылать в издательство, а также лично автору на электронный адрес: a.farkov@mail.ru

Проведение математической олимпиады и подведение ее итогов

Второй (муниципальный) этап Всероссийской математической олимпиады проводится городскими (районными) отделами управления образованием примерно по следующему плану:

- создание оргкомитета;
- составление текстов олимпиад;
- создание жюри;
- проведение олимпиады;
- проверка решений;
- подведение итогов и награждение победителей и призеров.

Данный этап олимпиад являются массовым соревнованием, охватывающим лучших учащихся всех школ данного района (города). Проводятся такие олимпиады один раз в год. В муниципальном этапе олимпиады принимают участие участники школьного этапа олимпиады текущего учебного года, набравшие необходимое для участия в муниципальном этапе олимпиады количество баллов, установленное организатором муниципального этапа олимпиады. Кроме того, участниками олимпиады являются обучающиеся, ставшие победителями и призерами муниципального этапа олимпиады предыдущего года, при условии, что они продолжают обучение в общеобразовательных учебных заведениях. Но если в городе есть одно — два элитных общеобразовательных учреждения, то муниципальная олимпиада может превратиться в олимпиаду только для учащихся этих учебных заведений. Поэтому при наличии мест можно разрешить участие в муниципальном этапе победителям школьных олимпиад, которые набрали на 1-2 балла меньше необходимого.

Для проведения олимпиады заведующим отделом образования издается приказ, а также утверждается положение об олимпиаде, в котором прописаны цели, сроки, место, порядок проведения олимпиады, как будут подводиться итоги олимпиады, указывается продолжительность олимпиады для различных классов. Также в положении указаны члены оргкомитета и способ формирования Жюри олимпиады.

Районная (городская) олимпиада по математике проводится под непосредственным руководством районного (городского) отдела об-

разования. Ответственным за осуществление всех организационных мероприятий обычно назначают районный (городской) методический кабинет. Для подготовки и проведения олимпиады часто создают оргкомитет, который чаще всего возглавляет руководитель районного (городского) методического объединения учителей математики. В оргкомитет включают наиболее опытных, авторитетных учителей математики ряда школ, а также преподавателей вузов, научно-исследовательских институтов, техникумов, училищ, колледжей, которые имеются на территории района (города). Количество членов оргкомитета может быть 3—7 человек.

Оргкомитет осуществляет всю подготовительную работу по проведению олимпиады. Он определяет место и время олимпиады, готовит тексты для проведения олимпиад (если тексты не подготовлены предметно-методической комиссией регионального этапа Олимпиады), комплектует состав жюри для непосредственного проведения олимпиады и проверки заданий, проводит торжественное открытие и закрытие олимпиады.

Жюри же проводит олимпиаду, проверяет работу участников олимпиады, определяет победителей.

В случае, если региональные органы управления образованием не предложили готовых текстов олимпиад, то их могут составить:

а) методисты городского (районного) отделов образования с привлечением опытных учителей математики, знающих средний уровень умственного развития учащихся города (района) и требования к текстам олимпиад;

б) преподаватели кафедр методики преподавания математики и математики вузов, которые имеются в данном регионе;

в) работники областных органов управления;

г) различные энтузиасты — специалисты, представители Центров дополнительного образования одаренных школьников, работники клубов «Эврика» и т. п.; но под эгидой отдела образования.

Главное, чтобы эта работа была проведена заранее и тексты не стали известны ученикам какой-то из школ, если составителем является учитель данной школы. В соответствии с приказом Минобрнауки РФ № 695 от 02.12.2009 г. «Об утверждении положения о Всероссийской олимпиаде школьников» муниципальный этап Олимпиады проводится организатором указанного этапа Олимпиады ежегодно с 15 ноября по 15 декабря декабря для учащихся 7–11 классов. Конкретные даты проведения муниципального этапа Олимпиады по каждому общеобразовательному предмету устанавливаются организатором регионального этапа Олимпиады.

Центральная учебно-методическая комиссия рекомендует проводить муниципальные олимпиады по математике, начиная с 6 класса, но в некоторых регионах они проводятся и для учащихся 5 классов.

Кроме оргкомитета, в проведении олимпиад принимает участие и жюри. В состав жюри городской (районной) олимпиады наряду с некоторыми членами оргкомитета и школьными учителями входят и преподаватели вузов данного региона, студенты (особенно для 5—8 классов). Жюри создается для каждой параллели классов свое. Количество членов жюри зависит от количества участников олимпиады (примерно 3—7 человек). Обязательное требование — председатель жюри не должен иметь среди участников своих учеников. Лучше всего на эту роль подходят преподаватели вузов, техникумов, колледжей, училищ. Все это должен хорошо продумать оргкомитет олимпиады. Лучший вариант — включать в жюри лишь тех учителей, кто не имеет своих учеников (ведь даже при шифровке работ учителя узнают работы своих учеников по почерку). Ясно, что состав жюри определяется накануне или перед началом проведения олимпиады. А вот председателей жюри как всей олимпиады, так и по параллелям классов лучше определять заранее, ведь заявки от каждой из участвующих в олимпиаде школ приходят заранее.

Рекомендуемое время проведения олимпиады — 4 часа независимо от класса. Хотя учащиеся 5–6 классов могут закончить выполнение работы и раньше.

Когда проводить олимпиаду — вопрос не такой простой. Хотя многие математики и методисты, авторы пособий по олимпиадам рекомендуют проводить олимпиады в выходной день, думаю, вряд ли это всегда целесообразно. В некоторых школах одни и те же учащиеся являются победителями школьных олимпиад по нескольким предметам, поэтому в случае участия в нескольких районных олимпиадах они фактически лишаются выходного дня. Поэтому целесообразнее ряд олимпиад проводить в обычные дни (лучше со вторника по четверг). Однако каждый регион решает это для себя сам. Возможен вариант проведения олимпиады и в субботу, но это последний день после напряженной недели, и если в пятницу участникам олимпиады не дать отдохнуть, вряд ли они покажут наилучший свой результат. А в итоге ученики пропускают два учебных дня при шестидневной рабочей неделе.

Начинать олимпиады лучше с 9 (10) часов после торжественного открытия олимпиады и небольшого завтрака для приехавших участников (в случае районной олимпиады). На торжественном от-

крытии учащихся поздравляют с участием в олимпиаде, знакомят с регламентом, правилами поведения. Особо надо подчеркнуть то, что олимпиада — это соревнование, а поэтому будут как победители, так и побежденные.

Соревнования проводят в больших аудиториях, где представители школы, в которой проводится олимпиада, приготовили все необходимое для проведения олимпиады: бумагу, запасные ручки, карандаши. При хорошем финансировании олимпиады можно сформировать специальные папки на память для каждого участника.

Участников олимпиады желательно рассадить по одному за столы, проследив, чтобы рядом не оказалось учеников из одной школы. На каждый стол необходимо вместе с тетрадью в клеточку положить и текст олимпиадной работы. В случае большого количества учащихся и нехватке кабинетов возможен вариант проведения олимпиады для двух классов в одной аудитории. В этом случае учащиеся из разных классов и школ садятся за один стол.

При проведении олимпиады в аудитории не нужно присутствовать всем членам жюри, достаточно двух (в крайнем случае, трех) человек: председателя жюри и представителя оргкомитета. Остальные члены жюри в это время находятся в другой аудитории, где решают предложенные участникам олимпиады задания, находят другие варианты решения того или иного задания, обсуждают возможные варианты числа выставления баллов за решение заданий.

При проведении олимпиады учителю запрещено подходить к участнику олимпиады, который является его учеником. Поэтому лучше, если к ученикам (при острой необходимости) подойдет председатель жюри олимпиады по данной параллели. Выходить участникам олимпиады можно разрешить лишь один раз и то желательно бы в присутствии члена жюри. При этом время выхода и возвращения ученика фиксируется.

После окончания олимпиады желательно сразу или после небольшого перерыва (учащиеся должны немного отдохнуть, восстановить силы) провести разбор заданий олимпиады. Разбор проводит один из членов жюри в то время, пока работы участников олимпиады шифруются представителем оргкомитета. Хотя в практике встречается и другой вариант: тексты олимпиад разбирают в каждой школе на уроке или на занятии кружка (факультатива).

Проверяют и оценивают решения заданий районной олимпиады члены жюри. Желательно, чтобы в каждой параллели их было не менее 3 человек. Одному учителю оценивать результаты олимпиады нелегко, да и может сказаться субъективизм.

Возможны два варианта проверки заданий олимпиады членами жюри:

1) каждый член жюри проверяет только 1–2 задания из текста олимпиады и карандашом оценивает каждое задание, выставляя рядом с заданием определенное число баллов;

2) каждый член жюри проверяет несколько работ участников, оценивая все задания.

Оба варианта проверки имеют как преимущества, так и недостатки. Поэтому после проверки всех работ члены жюри еще раз обсуждают число баллов, выставленное за каждое задание. Особенно это касается работ участников, претендующих на призовые места. При количестве участников 15—25 и числе членов жюри 3—5 человек вся работа по проверке может занять не более 2 часов.

Задания всех этапов Всероссийской олимпиады последние годы оценивают по единым нормам, исходя из **7** баллов за каждое задание.

При этом **7** баллов ставят за верное решение, а **6** баллов — за верное решение с недочетами. **4**—**5** баллов ставят за верное в целом решение, но неполное или содержащее непринципиальные ошибки. **1**—**3** балла рекомендуется ставить за неверное в целом решение, но есть более или менее существенное продвижение в верном направлении. И 0 баллов необходимо ставить за неверное решение или его отсутствие. Например, решение геометрической задачи, в которой требуется доказать, что данный треугольник является равнобедренным, оценивается в 0 баллов, если ученик начинает решение данной задачи со слов «Пусть треугольник ABC — равнобедренный...».

Члены жюри должны знать, что задание нельзя оценивать дробным числом баллов: 0,8; 4,5 и т. п.

Начать проверку необходимо с выяснения принципиального вопроса: верно ли решена задача (тогда ставят 4—7 баллов) или неверно (тогда ее решение оценивают от 0 до 3 баллов).

Решение считают *неполным* в следующих случаях:

- если оно содержит основные идеи, но не доведено до конца;
- если оно при верной общей схеме рассуждений содержит пробелы, то есть явно или скрыто опирается на недоказанные утверждения, которые нельзя счесть известными или очевидными;
- если ученик нашел не все способы, рассмотрел не все возможные варианты решения, но большинство.

Исправления, помарки в решениях не учитываются, но учитывается оригинальность решения. Вычислительные ошибки в невычислительных задачах не считаются за принципиальные ошибки. При оценке заданий учитывается только их правильность, полнота, обоснованность, идейность и оригинальность. За нерациональность

решения, как правило, оценка за задание не уменьшается. Умение хорошо догадаться на олимпиаде должно цениться выше, чем умение хорошо изложить решение. Ответ, найденный логическим путем, обычно оценивается выше, чем найденный подбором.

При этом первоначально оценивание работ участников олимпиады членом жюри может проводиться по системе «плюс-минус», то есть рядом с решением каждой задачи член жюри ставит условные значки, которые после обсуждения с остальными членами жюри уже «превращаются» в баллы.

Жюри желательно смотреть и черновики. Причем недостатки, обнаруженные в черновых записях, не учитываются; но учитывается все, что может улучшить чистовик.

Иногда составители текстов олимпиад, облегчая работу членам жюри, разрабатывают специальные методические рекомендации и дают дополнительные указания по оценке того или иного задания. В случае расхождения между общими и дополнительными указаниями применяют дополнительные указания. Но в случае противоречия между дополнительными указаниями и реально сложившейся ситуацией на олимпиаде жюри имеет право вносить изменения как в общие, так и в дополнительные указания по оценке решений заданий.

Рассмотрим конкретные рекомендации по оценке заданий олимпиады на примерах.

Пример 1. Произведение цифр трехзначного числа равно 4. Найдите все такие числа.

Решение. Произведение трех цифр может равняться 4 в следующих 2 случаях:

- одна из цифр равна 4, а две остальные — единицы;
- две из цифр равны 2, а одна — единице.

В итоге имеем такие числа: 411, 141, 114; 122, 212, 221. Всего получилось 6 чисел. Тогда 7 баллов ставят за верное решение задачи. Неполным решение будет, если рассмотрены оба варианта, причем в каждом из вариантов указано не менее половины случаев. А это означает, что в 5 баллов оценивают решение, в котором предложены 5 вариантов, а в 4 балла — если предложены 4, причем из каждого случая рассмотрены по 2 варианта. Если предложены 4 (причем 3 варианта из одного случая) или менее вариантов, то решение в целом будет неверным. Оценить в баллах найденное число вариантов решения можно так: 3 балла — 4 варианта (причем 3 варианта из одного случая); 2 балла — найдены 2 или 3 варианта решения; 1 балл — за 1 вариант решения.

Чуть сложнее будет оценивать такую задачу:

Пример 1*. Произведение цифр четырехзначного числа равно 4. Найдите все такие числа.

Решение. Произведение четырех цифр может равняться 4 в следующих 2 случаях:

- одна из цифр равна 4, а все остальные — единицы;
- две из цифр равны 2, а две — единице.

В итоге получаются такие числа: 4111, 1411, 1141, 1114, 1122, 1212, 1221, 2112, 2121, 2211. Всего получилось 10 чисел. Тогда 7 баллов можно поставить за верное решение задачи, а 6 баллов — за предложенные 9 вариантов (один вариант ученик, по невнимательности, может упустить). Неполным решение будет, если рассмотрены оба варианта, причем в каждом из вариантов указано не менее половины случаев. А это означает, что в 5 баллов оценивается решение, в котором предложены 8 вариантов, а в 4 балла — если предложены 6 или 7 вариантов, причем из второго случая рассмотрены не менее 4. Если предложены 5 или менее вариантов, то решение в целом будет неверным. Оценить в баллах найденное число вариантов решения можно так: 3 балла — 6 вариантов (причем из второго 3) или 4—5 вариантов, но из обоих случаев; 2 балла — найдены от 3 до 5 вариантов решения (при этом, если 4–5 вариантов из одного случая); 1 балл — за 1 или 2 варианта решения.

Пример 2. Решите уравнение: $x^4 - 7x^3 + 12x^2 - 7x + 1 = 0$.

Решение. Разделим обе части уравнения на x^2 ($x = 0$ не является корнем уравнения), тогда получим уравнение: $x^2 - 7x + 12 - \frac{7}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$, которое преобразуем к уравнению: $-7(x + \frac{1}{x}) + (x^2 + \frac{1}{x^2}) + 12 = 0$. Введем новую переменную $y = x + \frac{1}{x}$, получим уравнение: $y^2 - 7y + 12 = 0$, которое имеет корни $y_1 = 4$, $y_2 = 3$. Тогда $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{3}$, $x_{3,4} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Если ученик при решении данного уравнения догадался, что необходимо разделить обе части уравнения на x^2, но дальше продвинуться в решении не смог, то можно дать ему 1 балл; а если догадался о введении новой переменной, ввел ее, а дальше продвинуться не смог, то можно оценить его решение уже 4 баллами. В 5 баллов можно оценить решение данного уравнения, если ученик остановился на решении уравнения $y^2 - 7y + 12 = 0$, а корни его обозначил по невнимательности через x_1, x_2.

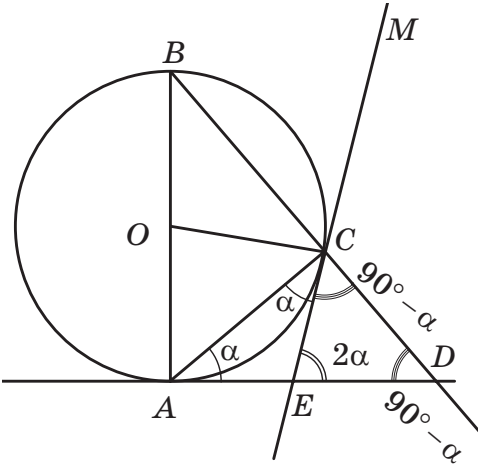
6 баллов можно дать за решение, в котором допущена вычислительная ошибка в нахождении корней уравнения. Абсолютно правильное решение оценивают 7 баллами.

Пример 3. В каждую клетку квадратной таблицы 25×25 вписано произвольным образом одно из чисел 1 или -1. Под каждым столбцом записывают произведение всех чисел, стоящих в этом столбце. Справа от каждой строки записывают произведение всех чисел, стоящих в этой строке. Докажите, что сумма 50 написанных произведений не может оказаться равной нулю.

Решение. Перемножая все 50 произведений, мы получим 1, так как в каждое произведение любое из чисел войдет 2 раза. Тогда в число 50 сомножителей будет входить четное число произведений с «-1», а поэтому сумма четного числа произведений с «1» и четного числа произведений с «-1» не будет равна 0 (25 — число нечетное, значит, одинакового числа слагаемых не будет).

В 7 баллов оценивают решение, в котором есть все обоснования. За правильный ответ без какого-то обоснования предлагается ставить 0 баллов. Решение задачи, в котором есть основная идея (надо перемножить все 50 произведений) можно оценить 2 баллами. Если же ученик дополнительно использовал понятия четности и нечетности, но обосновать полностью ответ не смог, то такое решение можно оценить 4 баллами.

Замечание. Данная задача относится к числу таких, решение которых трудно оценить другими баллами. Как показали итоги ее решения, чаще всего ученики получали 0 или 7 баллов (последнее случалось крайне редко).



Пример 4. На окружности выбраны диаметрально противоположные точки A и B и отличная от них точка C. Касательная к окружности в точке A и прямая BC пересекаются в точке D. Докажите, что прямая, касающаяся окружности в точке C, делит пополам отрезок AD.

Решение. Пусть MC пересекается с AD в точке E. Тогда $AE = CE$, как отрезки касательных, проведенных к окружности из одной точки. Выполним дополнительное построение: проведем AB и OC. Так как $OB = OC$, то $\angle OBC = \angle OCB$. Так как прямые OC и CE перпендикулярны, то $\angle ECD = \angle BCM = 90° - \angle OCB = 90° - \angle OBC$. Рассмотрим треугольник ABD: $\angle BDA = 90° - \angle OBC$,

значит, $\angle BDA = \angle ECD$, а значит треугольник ECD — равнобедренный, поэтому $CE = DE$. Но так как $AE = CE$, то $AE = DE$.

Решение задачи оценивается 4 баллами, если ученик верно выполнил дополнительное построение, доказал равенство отрезков AE и DE, но не объяснил промежуточных обоснований (их здесь много), в 5 баллов — если доказал требуемое, но не объяснил 1–2 выводов. Если ученик обосновал равенство отрезков AE и CE (или углов OCB и OBC), то можно дать ему 1 балл, если же дополнительно доказал и равенство углов, которые указаны в решении, то можно уже такое решение оценить в 3 балла. В 7 баллов оценивают решение со всеми обоснованиями.

Пример 5. Сколькими нулями оканчивается произведение: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 1999 \cdot 2000 \cdot 2001 \cdot 2003$?

Решение. Так как в произведении содержится $(400 + 80 + 16 + 3)$ пятерки, то произведение оканчивается 499 нулями.

Верное решение со всеми обоснованиями оценивают в 7 баллов. Если ученик догадался, что число нулей зависит от числа пятерок, но не смог дальше продвинуться, такое решение можно оценить 2 баллами. Решение, в котором подсчитано лишь число нулей, получающееся от перемножения чисел с нулями на конце, оценивается лишь 1 баллом. Других вариантов оценивания может и не быть.

Пример 6. Можно ли разбить равносторонний треугольник на 2002 равносторонних треугольника (возможно, не всех равных между собой)? Если можно, то как? Если нет, то объясните почему.

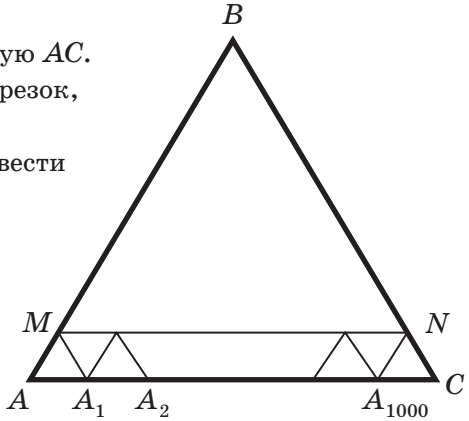
Решение. Равносторонний треугольник на 2002 равносторонних треугольника разделить можно. План построения:

1) Отложить $AM = \dfrac{1}{1001}AB$.

2) Провести MN, параллельную AC.

3) На AC отложить 1001 отрезок, равный AM.

4) Из точек $A_1, A_2, \ldots A_{1000}$ провести прямые, параллельные прямым AB и BC.

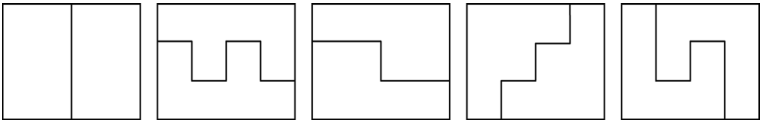


В полосе (см. рисунок) получается 2001 треугольник, они все равносторонние и равны между собой, а 2002-й треугольник — это ΔMBN.

Неверный ответ или правильный ответ без рисунка и обоснований оценивают 0 баллами. Если ученик дал правильный ответ и догадался, что 2001 треугольник будет в полосе, то можно дать за это решение 4 балла. Если все построения объяснены, есть чертеж, но не обосновано, почему получаются равные треугольники, то решение можно оценить 5 баллами. В случае правильного решения задачи со всеми обоснованиями ставят 7 баллов.

Пример 7. Разделите прямоугольник 3×4 на две равные части. Найдите как можно больше способов. Разрезать можно лишь по стороне квадрата 1×1. Способы считаются разными, если в каждом случае получаются разные фигуры.

Решение. Всего существуют 5 вариантов:



а *б* *в* *г* *д*

За все найденные варианты решений ставят 7 баллов, за все найденные решения, но неточные построения ставят 6 баллов. Если найдены 4 решения, то оценивают 5 баллами, а если всего 3, то 4 балла. За найденное 1 решение — 1 балл, за 2 решения (если это *а*, *в* или *г* — более простые случаи) — 2 балла. И 3 балла можно поставить за 2 случая, но из них есть случай *б* или *д* (они наиболее трудные).

Конечно, предложенные варианты оценивания заданий олимпиады являются примерными. Число баллов ставит жюри, им виднее. Главное, чтобы при проверке работ оценивали *деятельность учащихся, идеи* (хотя и не доведенные до конца), а не только правильность и неправильность решений. Тогда и не будет в протоколах олимпиад только 0 и 7 баллов.

После проверки всех работ лучшие работы еще раз перепроверяют несколько членов жюри для более объективной их оценки. После выяснения всех спорных вопросов, проставления итоговых баллов за каждое задание и общего числа баллов жюри заполняет предварительный протокол олимпиады. Фамилии учащихся вписывают только после заполнения всех остальных столбцов.

После опубликования предварительных результатов проверки олимпиадных работ участники олимпиады имеют право ознакомиться со своими работами, в том числе сообщить о своем несогласии с выставленными баллами членам жюри. В этом случае Председатель жюри Олимпиады назначает члена жюри для повторного рассмо-

трения работы. При этом оценка по работе может быть изменена, если запрос участника олимпиады об изменении оценки признается обоснованным. Жюри олимпиады не вправе отказывать участнику олимпиады в исправлении оценки его работы в ситуации, когда реально требуется ее повышение. Изменение оценки согласуется с Председателем жюри и вносится в итоговую таблицу.

Примерная форма её указана ниже:

Протокол проведения районной олимпиады среди учащихся 8 классов школ Каргопольского района Архангельской области 14.11.19 г.

Номер по порядку	Шифр	Фамилия, имя ученика	Школа	Класс	Число баллов за каждое задание					Общее число баллов	Место
					1	2	3	4	5		

Председатель жюри 8 класса:

Члены жюри:

Замечание. Иногда столбец «число баллов за каждое задание» отсутствует. Думаю, это не совсем правильно, так как наличие данного столбца позволит рассчитать трудность каждого из заданий, увидеть, какие задания не могут решать учащиеся района, конкретной школы.

Отличием олимпиад от спортивных соревнований является то, что здесь победителей и призеров может быть не по одному на параллель. Как бы жюри не оценивало задания, от субъективного мнения все равно не избавиться.

В соответствии с Положением об олимпиаде участники, набравшие наибольшее число баллов, признаются победителями, но при условии, что они набрали более 50 % баллов. Таким образом, можно порекомендовать следующий вариант определения победителей муниципального этапа математической олимпиады — ***1 место*** присуждать тем учащимся, которые решили наибольшее число задач (например, 4 или 5 из предложенных 5–6 задач). При этом у них будет различие в набранных баллах, но, как правило, они набрали более 75 (60 %) баллов от максимально возможного числа баллов или не менее 50 %. Если все участники набрали менее 50 % баллов, то победителей может и не быть. В этом случае возникают вопросы к составителям текстов.

Призерами олимпиады признают всех участников олимпиады, следующих в итоговой таблице за победителями. Как правило, ***2 место*** можно присудить тем участникам олимпиады, которые набрали на 5—10 баллов меньше, чем победители, то есть они набрали 60—75 (50—60) % от максимального числа баллов. А ***3 место*** присудить тем участникам, которые набрали меньше, чем занявшие ***2*** место, на 5—10 баллов или 50—60 (40—50) % от максимального числа баллов.

Количество призеров муниципального этапа Олимпиады определяется, исходя из квоты победителей и призеров, установленной организатором регионального этапа Олимпиады. Как правило, это около 20 % от числа участников, но для 5–6 классов этот процент можно увеличить и до 40.

В случае, когда у участника муниципального этапа Олимпиады, определяемого в пределах установленной квоты в качестве призера, оказывается количество баллов такое же, как и у следующих за ним в итоговой таблице, решение по данному участнику и всем участникам, имеющим с ним равное количество баллов, определяется жюри муниципального этапа олимпиады.

Также можно поощрить и учащихся, занявших 4—5 места, специальными дипломами, особенно это целесообразно в 5—6 классах.

Рассмотрим конкретный *пример*.

Допустим, что среди 30 участников олимпиады результаты лучших участников будут: 30 баллов, 24 балла, 23 балла, 22 балла, 19 баллов, 16 баллов и т. д. (из 35 максимальных баллов). Тогда в соответствии с предложенными границами и тем, что разница в 1–2 балла не является очень существенной (все же оценивают результаты люди), на 1-е место можно вывести ученика, набравшего 30 баллов. А на 2-м месте будет 3 ученика с 24 баллами, 23 баллами, 22 баллами; и на третьем месте будет один ученик с 19 баллами. Всего получилось 5 призеров. В практике подведения итогов математических олимпиад иногда случаются и немного курьезные случаи, когда максимальное число баллов набирает 5 и более человек (такой случай произошел и с автором данной книги, когда он был в числе одного из пяти победителей районной олимпиады в 5 классе). Как быть? Конечно, всем присудить первое место. Ученики не виноваты в том, что текст олимпиады был составлен не в соответствии с требованиями.

Жюри может установить и поощрительные места, призы. Например, за самое оригинальное решение какой-то задачи, самому молодому, самому опытному участнику и т. д.

Жюри может подвести и итоги официального или неофициального первенства между школами.

Желательно в тот же день провести награждение победителей (особенно это касается районного тура); а участникам, пока жюри проверяет работы, предложить развлекательную программу. Желательно бы организовать и горячее питание или работу буфета. В качестве развлекательной программы может быть как КВН, так и концерт, дискотека, экскурсия по городу и т. п. Все хорошо к месту. Отсрочивать подведение итогов нежелательно: кроме лишней нервотрепки для учащихся, может быть и много неприятного для самих учителей. Начинаются выяснения, а почему у такого ученика столько-то баллов, а у такого-то — столько. Необходимо знать, что никакие апелляции по олимпиадам не принимаются после подписания окончательного протокола и принятия решения о призерах и победителях.

В качестве поощрений победителям и призерам вручаются дипломы районного (городского) отдела образования. Также можно вручить и призы. В качестве призов могут быть предложены и книги.

Победители и призеры муниципального этапа могут принять участие в региональном этапе Олимпиады, если они являются учениками 9—11 классов. Хотя, как правило, чаще всего в региональном этапе участвуют лишь те учащиеся, которые набрали больше определенного числа баллов. Если же региональный этап проводится для учащихся и более младших классов, то состав его участников определяет организатор олимпиады.

Само награждение победителей и призеров олимпиады лучше провести в одном из лучших помещений учебного заведения, где проводится олимпиада. На эту торжественную часть желательно пригласить спонсоров, выдающихся деятелей науки, работников различных организаций, которые были в школьные годы победителями районных олимпиад.

Желательно итоги муниципальных олимпиад осветить и в прессе.

В практике подведения итогов олимпиад встречается и такой подход, когда победителей всех предметных олимпиад в городе приглашают на торжественное специальное мероприятие, где и происходит их чествование. Также некоторые школы для победителей и призеров олимпиад устанавливают денежные премии, которые вручают учащимся в конце года или полугодия.

Примерные тексты математических олимпиад для проведения муниципального этапа олимпиад

Большинство приведенных ниже вариантов текстов математических олимпиад составлено автором лично. По многим проводились муниципальные олимпиады в Архангельской области.
При включении в пособие часть задач была изменена, особенно тех, где в условии фигурировал год.
Остальные тексты олимпиад составлены на основе текстов математических олимпиад, по которым проходил второй этап Всероссийской олимпиады в различных регионах России.
Все эти тексты переработаны автором с той целью, чтобы в рассматриваемых текстах были соблюдены сформулированные во введении требования к текстам математических олимпиад, а также чтобы автора не упрекали в использовании кем-то разработанных материалов.

5 класс

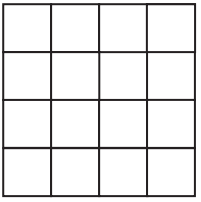
Вариант 1

1. Вычислить: $\dfrac{2010-2009+2008-2007+\ldots+2-1}{2010\cdot 45+55\cdot 2010}$.

2. В квартирах № 1, № 2, № 3 жили три кота: белый, черный и рыжий. В квартирах № 1 и № 2 жил не черный кот. Белый кот жил не в квартире № 1. В какой квартире жил каждый кот?

3. Для нумерации книги для детей понадобилось 204 цифры. Сколько страниц в книге, если нумерация книги начинается с первой страницы?

4. Разрежьте квадрат размером 4×4 на 4 равные фигуры. Разрезать можно лишь по стороне квадрата 1×1. Способы считаются разными, если в каждом случае получаются разные фигуры.



5. Когда у рыбака спросили, как велика пойманная им щука, он сказал: «Я думаю, что хвост ее — 1 кг, голова — столько, сколько хвост и половина туловища, а туловище — сколько голова и хвост вместе». Сколько весит щука?

6. Папа купил на праздник своим детям коробку конфет. Федя взял половину конфет и половинку одной конфеты, Аня взяла половину остатка и еще полконфеты. Коля взял половину нового остатка и еще полконфеты. Маша взяла половину оставшихся конфет и еще полконфеты. После этого в коробке осталась одна конфета. Сколько конфет было в коробке?

Вариант 2

1. Не выполняя умножения, найдите частное:

$$(1003 \cdot 2009 - 1006) : (1003 + 2009 \cdot 1002).$$

2. У Кенгуру насморк. Он пользуется квадратными платками размером 25×25 см. За восемь дней Кенгуру израсходовал 3 м^2 ткани. Сколько платков в день тратил Кенгуру?

3. Восстановите ребус:

$$\begin{array}{r} \text{КИС} \\ +\ \text{КСИ} \\ \hline \text{ИСК} \end{array}$$

(Одинаковым буквам должны соответствовать одинаковые цифры, а разным буквам — разные цифры).

4. Две чашки и два кувшина весят столько, сколько 14 блюдец. Один кувшин весит столько, сколько одна чашка и одно блюдце. Сколько блюдец уравновесят кувшин?

5. Три друга — Винни-Пух, Пятачок и Кролик пошли гулять в красной, зеленой и синей рубашках. Их туфли были тех же цветов. У Винни-Пуха цвет рубашки и туфель совпадали, у Пятачка ни туфли, ни рубашка не были красными, а Кролик был в зеленых туфлях. Как были одеты друзья?

6. Разделите квадрат 5×5 клеток с вырезанной центральной клеткой на четыре равные части. Найдите как можно больше способов. Разрезать можно только по сторонам квадратов.

Вариант 3

1. Из двух станций, расстояние между которыми 25,6 км, одновременно в одном направлении вышли два поезда. Впереди двигался поезд со скоростью 58,4 км/ч и через 4 часа его догнал второй поезд. Найдите скорость второго поезда.

2. Составьте из цифр число 2010, используя только знаки арифметических операций. Цифры можно использовать неоднократно.

3. До царя Гороха дошла молва, что кто-то из троих богатырей убил Змея Горыныча. Царь приказал всем троим явиться ко двору, и молвили они:

Илья Муромец: «Змея убил Добрыня Никитич».

Добрыня Никитич: «Змея убил Алеша Попович».

Алеша Попович: «Я убил змея».

При этом оказалось, что один из них сказал правду, а двое слукавили. Кто убил змея?

4. Расшифруйте следующую запись примера на сложение, в котором разным буквам соответствуют разные цифры, а одинаковым буквам — одинаковые:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} \text{СПОРТ} \\ \text{СПОРТ} \end{array} \\ \hline \text{КРОСС} \end{array}$$

5. Лев поручил лисе посчитать, сколько в лесу медведей, зайцев и волков. После подсчета лиса доложила, что всего медведей, зайцев и волков в лесу 100, но волков на 25 больше, чем медведей; зайцев на 30 больше, чем волков. Один из зайцев, услышав такой ответ, расхохотался и сказал, что такого быть не может. Кто прав — лиса или заяц — и почему?

6. Вычислите, не используя калькулятор:

$$89089089089 \cdot 7373 - 73073073073 \cdot 8989.$$

Вариант 4

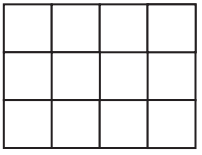
1. Найти значение выражения:

$$2011 - 2010 + 2009 - 2008 + 2007 - \ldots - 2 + 1.$$

2. Расшифруйте пример:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} \text{А} \\ \text{ББ} \\ \text{А} \end{array} \\ \hline \text{ССС} \end{array}$$

3. Разделите прямоугольник 3×4 на две равные части. Найдите как можно больше способов. Разрезать можно лишь по стороне квадрата 1×1. Способы считаются разными, если в каждом случае получаются разные фигуры.



4. Илья Муромец, Добрыня Никитич и Алеша Попович вступили в бой с великанами. Получив по три удара богатырскими палицами, великаны обратились в бегство. Больше всего ударов нанес Илья Муромец — 7, меньше всех — Алеша Попович — 3. Сколько всего было великанов?

5. Митя, Сеня, Толя, Юра и Костя пошли на концерт и встали в очередь. Если бы Митя встал посередине очереди, то он бы оказался между Сеней и Костей, а если бы Митя встал в конец очереди, то рядом с ним мог быть Юра, но Митя встал впереди всех своих товарищей. Кто за кем стоит?

Вариант 5

1. С помощью четырех четверок и знаков действий запишите все цифры от 0 до 9.

2. В примере на сложение цифры заменили буквами: одинаковые — одинаковыми, разные — разными. Получилось АБББ + А = ВГГГ. Восстановите пример. Объясните, почему это можно сделать только одним способом?

3. Дядя Федор, кот Матроскин, Шарик и почтальон Печкин сидят на скамейке. Если Шарик, сидящий справа от всех, сядет между дядей Федором и котом, то кот окажется крайним слева. В каком порядке они сидят?

4. Если бы школьник купил 11 тетрадей, то у него осталось бы 500 рублей. А на 15 тетрадей у него не хватает 700 рублей. Сколько денег было у школьника?

5. Как разрезать прямоугольник, длина которого 16 см, а ширина 9 см, на две равные части, из которых можно составить квадрат?

6. Могут ли десять игрушек ценой в 105, 211 и 233 рубля стоить в сумме 2009 рублей?

Вариант 6

1. Как разрезать квадрат со стороной 30 м 15 см на 2010 одинаковых треугольников?

2. На острове Буяне находятся четыре королевства, причем каждое граничит с тремя остальными. Нарисуйте карту острова так, как Вы ее представляете.

3. Напишите наименьшее четырехзначное число, которое при делении на 6 дает в остатке 5.

4. На книжной полке стоят книжные тома в следующем порядке: 1, 2, 6, 10, 3, 8, 4, 7, 9, 5. Расставьте их по порядку с первого по десятый, но брать можно лишь по два соседних тома и ставить их вместе на другое место (не разъединяя). Выполните задание, переставив всего три пары.

5. На листе бумаги нарисован круглый циферблат часов с 60 точками, обозначающими минуты. Двое поочередно проводят отрезки прямых, соединяющих две произвольные точки. Не разрешается проводить отрезок, пересекающий другие отрезки, но они могут иметь разные концы. Проигрывает тот, кто не сумеет провести отрезок. Кто выиграет при правильной игре: начинающий или партнер?

Вариант 7

1. Запишите подряд 19 семерок: 7777...7. Поставьте между некоторыми цифрами знаки арифметических действий «+» или «−» так, чтобы в результате получилось число 2009.

2. Внутренние покои султана состоят из 100 одинаковых квадратных комнат, расположенных в виде квадрата 10×10. Если у двух комнат есть общая стена, то в ней обязательно есть ровно одна дверь. Сколько дверей во дворце?

3. Ширина прямоугольного параллелепипеда в 4 раза меньше высоты, а высота меньше длины в 2 раза. Вместе длина и высота составляют 60 см. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда.

4. В примере цифры заменены буквами, причем одинаковые цифры — одинаковыми буквами. Расшифруйте пример:

$$\begin{array}{r} \text{ОДИН} \\ +\ \text{ОДИН} \\ \hline \text{МНОГО} \end{array}$$

5. Как набрать из озера 8 литров воды, имея девятилитровое ведро и пятилитровое ведро?

Вариант 8

1. Вычислите: $\dfrac{2012-2011+2010-2009+\ldots+4-3+2-1}{2012\cdot 73+2012\cdot 27}$.

2. Ваня купил 4 книги для подготовки к олимпиаде по математике. Все книги, кроме первой стоили, в сумме 348 руб., без второй — 296 руб., без третьей — 292 руб., а без четвертой — 288 руб. Сколько стоит каждая книга?

3. Для нумерации страниц книги понадобилось 183 цифры. Сколько страниц в книге?

4. Медведь, Волк и Лиса разговаривали на поляне. Медведь: «Лиса не самая хитрая», Лиса: «Я хитрее Медведя», Волк: «Лиса хитрее меня». Двое зверей сказали правду, а самый хитрый соврал. Кто самый хитрый из зверей?

5. Как разрезать прямоугольник длиной в 18 см и шириной 8 см на наименьшее число прямоугольников и сложить из них квадрат?

6. Имеется 10 мешков монет. В девяти мешках монеты настоящие (по 10 г), а в одном — фальшивые (по 11 г). Как одним взвешиванием на обычных весах определить, в каком мешке фальшивые монеты?

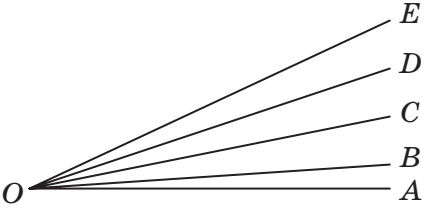
Вариант 9

1. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые можно записать с помощью цифр 1, 2, 3 так, чтобы в каждом числе все цифры были различны.

2. Два Муравья отправились в гости к Стрекозе. Один всю дорогу полз, а второй первую половину пути ехал на Гусе-

нице, что было медленнее в 2 раза, чем ползти, а вторую половину пути скакал на Кузнечике, что было в 10 раз быстрее. Какой Муравей первым придет в гости, если они вышли одновременно?

3. Мальчик нарисовал пять лучей с началом в точке O. Сколько всего получилось острых углов?



4. Восстановите пропущенные цифры в примере:

$$\begin{array}{r} \times\ {}^{*}0{}^{*}3 \\ *** \\ \hline 2**** \\ +\ ***6 \\ \hline 621{}^{*}{}^{*}1 \end{array}$$

5. В таблице 4×4 за один ход можно поменять все знаки в любой строке или столбце на противоположные. Можно ли таким образом из таблицы, приведенной на рисунке, получить таблицу из одних плюсов?

+	+	+	−
−	−	−	+
+	+	+	−
−	−	−	+

Вариант 10

1. Существует ли натуральное число, которое при делении на 6 дает остаток 2, а при делении на 4 — остаток 3?

2. Одна бутылка лимонада стоит 30 рублей. Пустую бутылку можно сдать за 12 рублей. Какое наибольшее число бутылок лимонада можно выпить, имея 100 рублей?

3. Произведение цифр трехзначного числа равно 3. Найдите все такие числа.

4. Рост Буратино — 1 м 4 дм, а длина его носа раньше была 9 см. Каждый раз, когда Буратино обманывал, длина его носа удваивалась. Как только длина его носа стала больше его роста, Буратино перестал обманывать. Сколько раз он обманул?

5. У Коли есть фанерный прямоугольник со сторонами 3 см и 5 см и карандаш. Разрешается прикладывать прямоугольник к бумаге и обводить его (полностью или частично) карандашом. Любые другие действия (например, делать пометки на фанере) запрещены. Как Коле, не нарушая запрета, нарисовать квадрат со стороной 1 см? Опишите, что он должен делать, и в каком порядке.

6. На первом заседании нового состава городской Думы присутствовало 80 % списочного состава, а на втором — всего 70 %. Сколько процентов депутатов присутствовало на обоих заседаниях?

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 5

Проведение математической олимпиады и подведение ее итогов 15

Примерные тексты математических олимпиад для проведения муниципального этапа олимпиад

5 класс 30
Вариант 1 30
Вариант 2 31
Вариант 3 31
Вариант 4 32
Вариант 5 33
Вариант 6 33
Вариант 7 34
Вариант 8 35
Вариант 9 35
Вариант 10 36

6 класс 38
Вариант 1 38
Вариант 2 39
Вариант 3 39
Вариант 4 40
Вариант 5 41
Вариант 6 42
Вариант 7 43
Вариант 8 44
Вариант 9 45
Вариант 10 45

7 класс 47
Вариант 1 47
Вариант 2 47
Вариант 3 48
Вариант 4 49
Вариант 5 49
Вариант 6 50
Вариант 7 50
Вариант 8 51
Вариант 9 52
Вариант 10 53

8 класс 54
Вариант 1 54
Вариант 2 54
Вариант 3 55
Вариант 4 55
Вариант 5 56
Вариант 6 57
Вариант 7 57
Вариант 8 58
Вариант 9 59
Вариант 10 59

9 класс 61
Вариант 1 61
Вариант 2 61
Вариант 3 62
Вариант 4 63
Вариант 5 63
Вариант 6 64
Вариант 7 65
Вариант 8 65
Вариант 9 66
Вариант 10 67

10 класс 69
Вариант 1 69
Вариант 2 69
Вариант 3 70
Вариант 4 70
Вариант 5 71

Вариант 6 72
Вариант 7 73
Вариант 8 73
Вариант 9 75
Вариант 10 75

11 класс..... 77
Вариант 1 77
Вариант 2 77
Вариант 3 78
Вариант 4 79
Вариант 5 80
Вариант 6 80
Вариант 7 81
Вариант 8 81
Вариант 9 82
Вариант 10 82
Вариант 11 83
Вариант 12 83

Решения

5 класс..... 86
Вариант 1 86
Вариант 2 87
Вариант 3 88
Вариант 4 89
Вариант 5 90
Вариант 6 92
Вариант 7 93
Вариант 8 94
Вариант 9 95
Вариант 10 96

6 класс..... 98
Вариант 1 98
Вариант 2 99
Вариант 3 100
Вариант 4 102
Вариант 5 103
Вариант 6 104
Вариант 7 105
Вариант 8 106
Вариант 9 108
Вариант 10 110

7 класс..... 112
Вариант 1 112
Вариант 2 113
Вариант 3 114
Вариант 4 116
Вариант 5 117
Вариант 6 119
Вариант 7 120
Вариант 8 121
Вариант 9 122
Вариант 10 123

8 класс..... 125
Вариант 1 125
Вариант 2 127
Вариант 3 128
Вариант 4 129
Вариант 5 132
Вариант 6 133
Вариант 7 135
Вариант 8 136
Вариант 9 138
Вариант 10 139

9 класс..... 141
Вариант 1 141
Вариант 2 142
Вариант 3 144
Вариант 4 145
Вариант 5 146
Вариант 6 147
Вариант 7 149
Вариант 8 151
Вариант 9 152
Вариант 10 154

10 класс 157
Вариант 1 157
Вариант 2 158
Вариант 3 159
Вариант 4 161
Вариант 5 163
Вариант 6 164
Вариант 7 166
Вариант 8 168
Вариант 9 170
Вариант 10 171
Вариант 11 173
Вариант 12 175

11 класс 179
Вариант 1 179
Вариант 2 180
Вариант 3 182
Вариант 4 185
Вариант 5 187
Вариант 6 190
Вариант 7 192
Вариант 8 194
Вариант 9 196
Вариант 10 198
Вариант 11 200
Вариант 12 202

Для детей старше шести лет.
В соответствии с Федеральным законом
от 29 декабря 2010 г. №436-ФЗ

Учебное издание

Фарков Александр Викторович

Математические олимпиады
для школьников.
Муниципальный этап

5–11 классы

Подписано в печать 16.12.2021. Формат 60×88/16.
Усл. печ. л. 12,71. Тираж 1000 экз. Заказ .

ООО «Илекса»
сайт: www.ilexa.ru, E-mail: real-ilexa@yandex.ru,
телефон: +7 (964) 534-80-01