А. В. Фарков

ТРЕНИРУЕМСЯ РЕШАТЬ ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ

8 класс

Москва
ИЛЕКСА
2026

УДК 372.851:514.01
ББК 22.151.1:74.202.5я721
Ф24

Фарков А. В.

Ф24 Тренируемся решать типовые задачи по геометрии. 8 класс / А. В. Фарков — М. : Илекса, 2026. — 149 с. : ил.

ISBN 978-5-89237-760-7

Пособие содержит тренировочные упражнения по геометрии для 8 класса, подготовленные с учётом ФГОС для основной школы с ориентацией на переработанный учебник по геометрии Л. С. Атанасяна и других авторов 2023 года выпуска. В него вошли типовые задачи по геометрии для 8 класса. Данные задачи помогут учащимся в освоении навыков решения геометрических задач, в подготовке к контрольным работам по геометрии, к ОГЭ и ЕГЭ по математике.

Предназначено для учащихся 8 классов, учителей математики, студентов педагогических вузов, репетиторов, а также родителей, занимающихся со своими детьми.

УДК 372.851:514.01
ББК 22.151.1:74.202.5я721

Учебное издание

Фарков Александр Викторович

Тренируемся решать типовые задачи по геометрии
8 класс

Подписано в печать 21.06.2025.
Формат 60×88/16. Усл. печ. л. 9,11.
Тираж 1000 экз. Заказ

ООО «Илекса»
+7(964) 534-80-01
real-ilexa@yandex.ru
www.ilexa.ru

ISBN 978-5-89237-760-7

ПРЕДИСЛОВИЕ

Геометрия является наиболее трудным из всех школьных предметов для учащихся. Поэтому и на ОГЭ, и на ЕГЭ по математике с заданиями по геометрии справляются меньше всего учащихся.

Данное пособие предназначено для формирования прочных навыков решения типовых геометрических задач. С большинством подобного рода задач учащиеся встретятся в дальнейшем в контрольных работах, на экзаменах.

При этом под типовыми задачами будем понимать такие задачи, условия которых строятся по одному алгоритму, то есть меняются исходные данные, числа, при этом суть условия остаётся неизменной. Все задачи, относящиеся к одному типу, решаются по одной схеме.

Данное пособие является логическим продолжением аналогичного пособия «Тренируемся решать типовые задачи по геометрии. 7 класс», вышедшего в 2023 году и переизданного в 2025 году.

Пособие содержит упражнения по геометрии по каждой теме курса «Геометрия 8» применительно к переработанному учебнику «Геометрия 7—9» Л. С. Атанасяна и других авторов 2023 года выпуска, который на данный момент является единственным учебником по геометрии для данных классов. Задания составлены по каждой теме школьного курса геометрии. В начале каждой темы кратко рассмотрена основная теория по данной теме, которая используется при решении задач. После этого идут сами тренажёры. Они немного отличаются от традиционных тренажёров по математике, в которых предлагается несколько однотипных упражнений, причём образцы решений отсутствуют. Здесь же структура заданий следующая: подробно разобрана одна из типовых задач, затем предложены три–четыре аналогичные задачи, при этом во второй задаче может быть отличие от разобранной только в числах или буквах, а у третьей, четвёртой (пятой) задачи уже могут быть и другие отличия.

Отличием от аналогичного пособия для 7 класса является то, что ответы к задачам, а иногда и указания к решению некоторых задач помещены в конце каждой темы.

Данное пособие может использоваться учащимися для подготовки к самостоятельным, контрольным работам; также данное пособие предназначено и для учащихся, которые пропустили ряд занятий по болезни или каким-то другим причинам (участие в соревнованиях, олимпиадах, конкурсах и т. п.).

Автор будет признателен, если читатели вышлют свои предложения и пожелания по улучшению данного пособия по адресу: a.farkov@mail.ru.

С уважением, А. В. Фарков

Тема 1. ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ

ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Сумма углов выпуклого n-угольника равна $(n - 2) \cdot 180°$.

2. Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна $360°$.

3. Количество диагоналей выпуклого n-угольника находится по формуле $\dfrac{n(n-3)}{2}$.

4. *Параллелограммом* называется четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

5. *Основные свойства параллелограмма*:
- в параллелограмме противоположные стороны равны;
- в параллелограмме противоположные углы равны;
- диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

6. *Трапецией* называется четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны. Параллельные стороны трапеции называются её *основаниями*, а две другие стороны — *боковыми сторонами*.

7. Трапеция называется *равнобедренной*, если её боковые стороны равны.

8. *Основные свойства равнобедренной трапеции*:
- углы при основании равны;
- диагонали равны.

9. Трапеция, один из углов которой прямой, называется *прямоугольной*.

10. *Средней линией треугольника* называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон.

11. *Свойство средней линии треугольника*: средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.

12. *Теорема Фалеса.* Если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.

13. *Средней линией трапеции* называется отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции.

14. *Свойство средней линии трапеции*: средняя линия трапеции параллельна основаниям трапеции и равна их полусумме.

15. *Прямоугольником* называется параллелограмм, у которого все углы прямые.

16. *Основные свойства прямоугольника*:
- в прямоугольнике противоположные стороны равны;
- в прямоугольнике диагонали точкой пересечения делятся пополам;
- в прямоугольнике диагонали равны.

17. *Ромбом* называется параллелограмм, у которого все стороны равны.

18. *Основные свойства ромба*:
- в ромбе противоположные углы равны;
- диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам;
- диагонали ромба перпендикулярны и делят его углы пополам.

19. *Квадратом* называется прямоугольник, у которого все стороны равны.

20. *Основные свойства квадрата*:
- все углы квадрата прямые;
- диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам.

ЗАДАЧИ

Многоугольники

1.1. Вычислите сумму углов выпуклого восьмиугольника.

Решение. Так как сумма углов выпуклого n-угольника равна $(n - 2) \cdot 180°$, а $n = 8$, то сумма углов выпуклого восьмиугольника будет равна

$$(8 - 2) \cdot 180° = 1080°.$$

Ответ: 1080°.

1.2. Вычислите сумму углов выпуклого девятиугольника.

1.3. Вычислите сумму углов выпуклого четырнадцатиугольника.

1.4. Вычислите сумму углов выпуклого шестнадцатиугольника.

2.1. Сколько сторон имеет выпуклый n-угольник, если сумма углов его равна 1440°?

Решение. Так как сумма углов выпуклого n-угольника равна $(n - 2) \cdot 180°$, а по условию она равна 1440°, то имеем уравнение: $(n - 2) \cdot 180° = 1440°$. Находим из уравнения $n - 2 = 8$, тогда $n = 10$.

Ответ: 10.

2.2. Сколько сторон имеет выпуклый n-угольник, если сумма углов его равна 2700°?

2.3. Сколько сторон имеет выпуклый n-угольник, если сумма углов его равна 1440°?

2.4. Сколько сторон имеет выпуклый n-угольник, если сумма углов его равна 2340°?

3.1. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, каждый угол которого равен 108°?

Решение. Обозначим число сторон выпуклого многоугольника за n. Так как углов в выпуклом n-угольнике также будет n, то сумма углов выпуклого многоугольника будет равна $n \cdot 108°$. С другой стороны, сумма углов выпуклого n-угольника равна $(n - 2) \cdot 180°$. Имеем уравнение: $(n - 2) \cdot 180° = n \cdot 108°$. Решим его. Раскроем скобки: $180° \cdot n - 360° = 108° \cdot n$. Откуда имеем: $180° \cdot n - 108° \cdot n = 360°$, $72° \cdot n = 360°$. Тогда $n = 5$.

Ответ: 5.

3.2. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, каждый угол которого равен 140°?

3.3. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, каждый угол которого равен 150°?

3.4. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, каждый угол которого равен 144°?

4.1. Найдите количество диагоналей выпуклого восьмиугольника.

Решение. Так как количество диагоналей выпуклого n-угольника находится по формуле $\frac{n(n-3)}{2}$, а $n = 8$, то число диагоналей будет равно $\frac{8(8-3)}{2} = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$.

Ответ: 20.

4.2. Найдите количество диагоналей выпуклого десятиугольника.

4.3. Найдите количество диагоналей выпуклого четырнадцатиугольника.

4.4. Найдите количество диагоналей выпуклого шестнадцатиугольника.

5.1. Найдите стороны четырёхугольника, если его периметр равен 57 см, первая сторона больше второй стороны на 3 см, вторая — меньше третьей на 4 см, а четвёртая в два раза больше второй стороны.

Решение. Обозначим длину второй стороны за x см. Так как первая сторона больше второй на 3 см, то первая сторона будет равна $(x + 3)$ см. Так как вторая меньше третьей стороны на 4 см, то третья будет больше второй на 4 см. Но вторая сторона равна x см, тогда третья будет равна $(x + 4)$ см. Четвёртая сторона в два раза больше второй стороны, поэтому будет равна $2x$ см. Тогда периметр четырёхугольника будет равен

$$(x + 3) + x + (x + 4) + 2x \text{ (см)}.$$

А по условию периметр четырёхугольника равен 57 см. Имеем уравнение:

$$(x + 3) + x + (x + 4) + 2x = 57.$$

Решим его.
$5x + 7 = 57$, $5x = 57 - 7$, $5x = 50$, $x = 10$ см — длина второй стороны.
Тогда $x + 3 = 10 + 3 = 13$ (см) — длина первой стороны, $x + 4 = 10 + 4 = 14$ (см) — длина третьей стороны и $2x = 20$ (см) — длина четвёртой стороны. Таким образом, длины сторон четырёхугольника будут равны 13 см, 10 см, 14 см и 20 см.

О т в е т: 13 см, 10 см, 14 см и 20 см.

5.2. Найдите стороны четырёхугольника, если его периметр равен 37 см, первая сторона больше второй стороны на 5 см, вторая — меньше третьей на 2 см, а четвёртая — в три раза больше второй стороны.

5.3. Найдите стороны четырёхугольника, если его периметр равен 28 см, первая сторона меньше второй стороны на 4 см, вторая — больше третьей на 3 см, а четвёртая — в два раза меньше второй стороны.

5.4. Найдите стороны четырёхугольника, если его периметр равен 4 дм, первая сторона больше второй стороны на 7 см, третья — меньше первой на 2 см, а четвёртая — в два раза больше третьей стороны.

6.1. Углы выпуклого четырёхугольника относятся как $1 : 2 : 3 : 6$. Найдите меньший угол четырёхугольника.

Р е ш е н и е. Так как сумма углов выпуклого четырёхугольника равна $360°$, а все углы составляют 12 частей, то на одну часть приходится $30°$. А так как меньший угол составляет 1 часть, то он равен $30°$.

6.2. Углы выпуклого четырёхугольника относятся как $1 : 2 : 3 : 4$. Найдите меньший угол четырёхугольника.

6.3. Углы выпуклого четырёхугольника относятся как $2 : 2 : 3 : 5$. Найдите больший угол четырёхугольника.

6.4. Углы выпуклого четырёхугольника относятся как $1 : 2 : 4 : 5$. Найдите все углы четырёхугольника.

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

7.1. Один из углов параллелограмма равен 48°. Найдите остальные углы.

Р е ш е н и е. Так как противоположные углы параллелограмма равны, то второй острый угол также будет равен 48°, а сумма противоположных острых углов параллелограмма будет равна 96°. В параллелограмме сумма всех углов равна 360°. Поэтому сумма тупых углов параллелограмма будет равна 360° – 96° = 264°. Поэтому тупые углы будут равны 264° : 2 = 132°.

О т в е т: 48°; 132°; 132°.

7.2. Один из углов параллелограмма равен 126°. Найдите остальные углы.

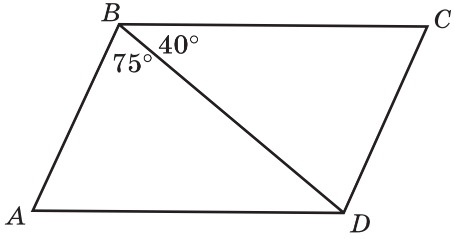
7.3. Один из углов параллелограмма больше другого угла на 24°. Найдите углы параллелограмма.

7.4. Сумма двух углов параллелограмма равна 142°. Найдите все углы параллелограмма.

7.5. Разность двух углов параллелограмма равна 42°. Найдите все углы параллелограмма.

8.1. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 75° и 40° (см. рис.). Найдите меньший угол параллелограмма.

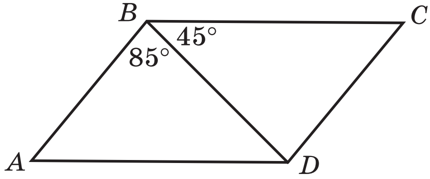
Р е ш е н и е.



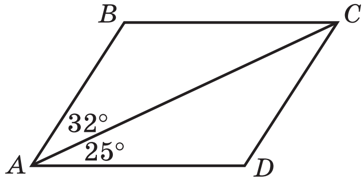
$\angle B = \angle ABC = \angle ABD + \angle DBC = 75° + 40° = 115°$. Так как углы A и B — односторонние при параллельных прямых AD и BC и секущей AB, то их сумма равна 180°. Таким образом, $\angle A = 180° - 115° = 65°$.

О т в е т: 65°.

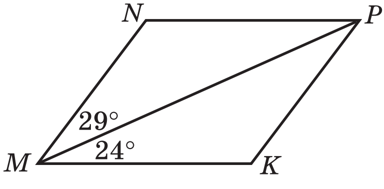
8.2. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные $85°$ и $45°$ (см. рис.). Найдите меньший угол параллелограмма.



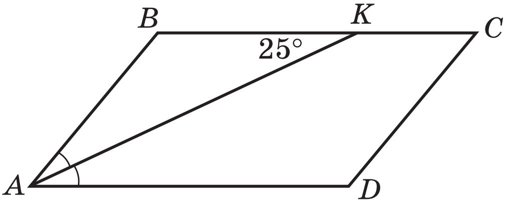
8.3. Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные $32°$ и $25°$ (см. рис.). Найдите больший угол параллелограмма.



8.4. Диагональ MP параллелограмма $MNPK$ образует с его сторонами углы, равные $29°$ и $24°$ (см. рис.). Найдите все углы параллелограмма.



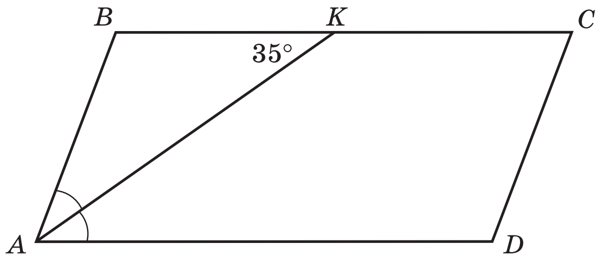
9.1. Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует с его стороной угол, равный $25°$.



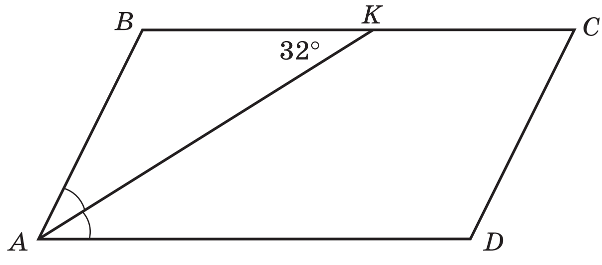
Р е ш е н и е. Углы BKA и KAD являются накрест лежащими при параллельных прямых AD и BC и секущей AK, поэтому они равны. Значит, $\angle KAD = 25°$. Так как AK — биссектриса угла A, то $\angle A$ равен $50°$,

О т в е т: $50°$.

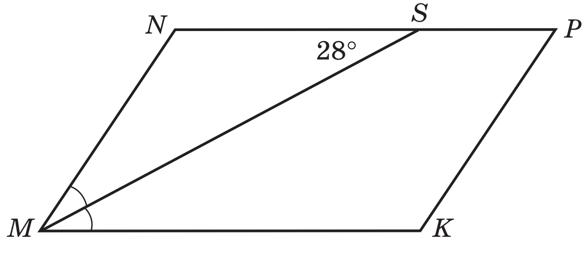
9.2. Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует с его стороной угол, равный $35°$.



9.3. Найдите величину тупого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса острого угла A образует с его стороной угол, равный $32°$.

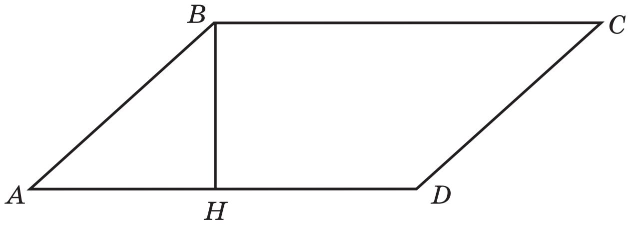


9.4. Найдите все углы параллелограмма $MNPK$, если биссектриса острого угла M образует с большей стороной параллелограмма угол, равный $28°$.



10.1. Высота параллелограмма, опущенная из вершины тупого угла, образует с боковой стороной угол в 48°. Определите все углы параллелограмма.

Р е ш е н и е. Выполним чертёж.



Треугольник ABH — прямоугольный, так как BH — высота. Поэтому сумма его острых углов равна 90°. Так как по условию $\angle ABH = 48°$, то $\angle BAH = \angle A = 42°$. Поскольку сумма углов A и B равна 180°, то $\angle B = 138°$. Так как в параллелограмме противоположные углы равны, то $\angle C = \angle A = 42°$, $\angle D = \angle B = 138°$.

О т в е т: 42°; 42°; 138°; 138°.

10.2. Высота параллелограмма, опущенная из вершины тупого угла, образует с боковой стороной угол в 34°. Определите все углы параллелограмма.

10.3. Высота параллелограмма, опущенная из вершины тупого угла, делит этот угол в отношении 3 : 5. Определите все углы параллелограмма.

10.4. Угол между двумя высотами параллелограмма, выходящими из вершины одного из тупых углов, равен 50°. Определите все углы параллелограмма.

11.1. Периметр параллелограмма равен 62 см, а одна из сторон больше другой на 3 см. Найдите стороны параллелограмма.

Р е ш е н и е. Обозначим меньшую сторону параллелограмма за x см. Тогда бо́льшая сторона параллелограмма будет $(x + 3)$ см. Так как в параллелограмме противоположные стороны равны, то периметр параллелограмма будет равен $P = 2(x + 3) + 2\ x$. А по условию периметр параллелограмма равен 62 см. Имеем уравнение: $2(x + 3) + 2x = 62$. Данное уравнение равносильно уравнению $4x = 56$, откуда $x = 14$ см, $x + 3 = 17$ (см). Таким образом, стороны параллелограмма равны 14 см и 17 см.

Ответ: 14 см; 17 см.

11.2. Периметр параллелограмма равен 44 см, а одна из сторон меньше другой на 2 см. Найдите стороны параллелограмма.

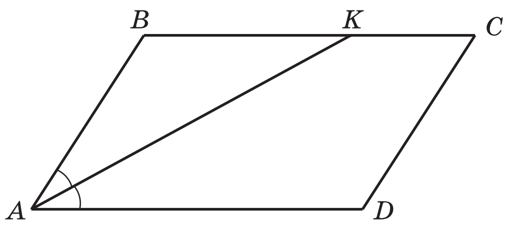
11.3. Периметр параллелограмма равен 66 см, а одна из сторон больше другой в 2 раза. Найдите стороны параллелограмма.

11.4. Периметр параллелограмма равен 32 см, а одна из сторон меньше другой в 3 раза. Найдите стороны параллелограмма.

11.5. Периметр параллелограмма равен 56 см, а разность двух сторон параллелограмма равна 12 см. Найдите стороны параллелограмма.

12.1. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 5$ см, а $KC = 3$ см.

Решение. Выполним чертёж.



$BC = BK + KC = 5$ см $+ 3$ см $= 8$ см. Найдём сторону AB. Углы BKA и KAD являются накрест лежащими при параллельных прямых AD и BC и секущей AK, поэтому они равны. Так как AK – биссектриса угла, то $\angle KAD = \angle KAB$. Тогда в треугольнике ABK имеем: $\angle BKA = \angle KAB$, поэтому треугольник ABK является равнобедренным (по признаку равнобедренного треугольника). Значит, $AB = BK = 5$ см. Тогда $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 2AB + 2BC = 2 \cdot 5$ см $+ 2 \cdot 8$ см $= 26$ см.

Ответ: 26 см.

СОДЕРЖАНИЕ